

Termín odeslání 24. 3. 2003

Milí kamarádi,

je tu nové číslo našeho časopisu a s ním i první informace o jarním soustředění. Bude se konat 3.–11. května 2003 v Celném u Těchonína v okrese Ústí nad Orlicí. Nejúspěšnějším řešitelům posíláme předběžnou pozvánku. Ti z vás, kteří ji zatím nedostali a chtěli by jet na soustředění, mají do 24. 3. 2003 ještě šanci poslat nějaké řešení a vylepšit si bodové skóre, neboť potom pozveme ještě další účastníky. Pokud budete mít nějaké dotazy nebo problémy týkající se soustředění, obraťte se na Marbla – telefon +420 776 057 787.

Těší se na vás

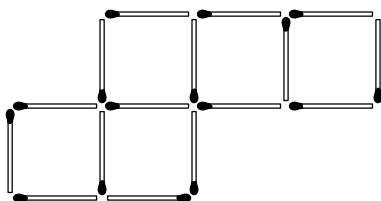
organizátoři  

Zadání úloh

Úloha 4.1 – Sirky

(4b)

Máme 16 sirek rozmístěných podle obrázku 1. Vymyslete, jak přemístit dvě sirky, aby zůstaly pouze 4 čtverce. Dokážete přemístěním dvou sirek získat i obrazec se šesti čtverci? Existuje více možností, jak tyto úkoly vyřešit? Jaké?



Obr. 1

Úloha 4.2 – Zvuk

(4b)

Do dvou reproduktorů, vzdálených od sebe 10 m, je ze stejného zdroje puštěn tón o frekvenci 400 Hz. Co uslyšíte, když půjdete stálou rychlostí $0,5 \text{ m s}^{-1}$ od jednoho reproduktoru přímo k druhému?

Reproduktory jsou umístěny ve volném prostoru a rychlost zvuku ve vzduchu je 340 m s^{-1} .

Úloha 4.3 – Numera (5b)

Zkuste se zamyslet nad následujícími problémy. Zajímají nás (obecná) odvození a zdůvodnění výsledků, ne čísla, která získáte zkoušením na kalkulačce (na počítači).

- Číslo $10!$ má na konci dvě nuly. Kolik nul bude ale mít na konci číslo $(100!)$? Dokážete určit, kolik nul bude na konci libovolného faktoriálu?
- Číslo 25 je čtvercem přirozeného čísla. Má tu vlastnost, že když ke každé jeho cifře přičteme jedničku, dostaneme opět čtverec přirozeného čísla. Zkuste najít všechny čtverce přirozených čísel s touto vlastností.
- Platí $4^2 = 2^4$. Najdete všechny takovéto příklady?
- $1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2$. Je to jen náhoda nebo nějaké hlubší pravidlo?

Zadání témat

Téma 6 – Vepisování a opisování

Jaké podmínky musí splňovat konvexní čtyřúhelník, aby mu šla vepsat kružnice? Jaké musí splňovat podmínky, aby mu šel vepsat čtverec (vepsaný čtverec definujeme jako čtverec, který se dotýká každé strany právě jedním vrcholem)? Jsou tyto dvě podmínky ekvivalentní? Co musí čtyřúhelník splňovat, aby existovala kružnice opsaná?

Řešení témat

Téma 1 – Mise na Mars

Co všechno je pro cestu na Mars potřebné?

Dr.^{MM} Zuzana Rozlůvková

Pozn. red.: Článek měl být uveřejněn v minulém čísle, avšak z technických důvodů je uveřejněn až zde.

Start

Považuji za nejlepší montovat raketu až na oběžné dráze, protože nemusí být tak masivní, jako kdyby se musela odpoutávat od zemského povrchu (z oběžné dráhy je menší úniková rychlost) a nebude omezena tvarem (do žádné atmosféry nemusí, leda až bude přistávat zpět na Zemi).^{*1} Přistání na Marsu by mělo proběhnout stejně jako přistání na Měsíci (proč vymýšlet něco nového), tedy vysláním přistávacího modulu, přičemž raketa bude obíhat kolem Marsu.^{*2}

Startovací okna

Podářilo se mi najít data startovacích oken a časový rozvrh letů na Mars pro nejbližší dobu (viz [1]).^{*3}

Odlet ze Země	Přilet k Marsu	Odlet z Marsu	Návrat na Zemi
2. 6. 2003	27. 12. 2003	7. 7. 2005	2. 4. 2006
5. 8. 2005	23. 2. 2006	29. 7. 2007	14. 5. 2008

Vybavení

Předpokládám, že poletí čtyři až pět lidí. Tři jsou málo, protože při práci na Marsu musí někdo kontrolovat raketu (nebo přímo bude v raketě, stejně se asi bude přistávat na více geologicky zajímavých místech), a kdyby se někomu něco stalo, nemá mu kdo pomoci – přece jenom budou rok a půl na Marsu. Jde tady také o duševní zdraví kosmonautů – být rok a půl jen s jednou osobou nebo sám je o nervy.^{*4} Šest lidí je zase moc, asi by tam pro ně na celou dobu nebylo dost práce. Takže při odhadu, kolik budou potřebovat materiálu, počítám s pěti lidmi. Vybavení na osobu:

- Jeden člověk váží asi 80 kg.
- Než by s sebou brali jídlo na tři roky (ani si netroufám hádat kolik by toho bylo), je výhodnější vytvořit na palubě něco jako ekosystém, jímž se bude všechno recyklovat. Už se prováděly pokusy s pěstováním rostlin (chlorela, hrách, zelí), mezi nadějně živočichy patří zooplankton, slepice a králíci. Člověku údajně dlouhodobě stačí k zajištění dýchání i potravy 250 litrů kultury chlorely¹ (viz [2]), ale žít se chlorelou asi není nic moc, prý smrdí. Budeme také pěstovat zeleninu a chovat zvířata – se všemi natěmi a dřevěným uhlím, nebo na čem se to pěstuje, by to mohlo vážit 60 kg.^{*5}
- Voda se nám nesmí nikam ztrácet, bude nezbytné recyklovat odpadní vodu a moč (vakuovou destilací, stroj na to údajně už existuje) a zachytávat vodní páru z atmosféry lodi (to by se nám taky mohly potit okýnka). Takže si tipnu, že při startu budeme mít 15l vody na člověka.^{*6}
- Co se týče textilu, myslím, že 2 kg na kosmonauta je až dost (včetně spacáku), stejně tam budou muset nějak prát a teplotní výkyvy na lodi nejsou moc pravděpodobné.
- Skafandr může vážit tak 20 kg.
- Kuchyňské vybavení a prostředky k hygieně a úklidu – asi 35 kg.

Takže pro život pěti kosmonautů potřebujeme celkem 2 160 kg.

Pro provedení mise dále potřebujeme:

- Přistávací modul šest tun – asi tolik vážil Eagle Apollo 11 (viz [3], snad do toho autor započítal i to lunární vozítko, které by se nám také velmi hodilo).

¹ Pozn. red.: Chlorela je druh rias, kedysi sa jej predpovedala hviezdna budúcnosť pri dlhodobých kozmických letoch.

- Servisní sekce Apolla 11 vážila čtyři tuny. Naše mise je podstatně delší, ale také se jistě zlepšily technologie. Naše přístrojová sekce (řízení motorů, komunikace, recyklace, atd.) by mohla vážít tak šest tun.^{*7}

Takže celkem povežeme asi 14 tun vybavení.

Literatura:

- [1] *J. Grygar*: Okna vesmíru dokořán
 [2] *Gagarin + Lebeděv*: Cesta ke hvězdám
 [3] *K. Pacner*: ... a velký skok pro lidstvo

Poznámky v texte

- *1 *Množstvo materiálu vyneseneho do vesmíru raketovými nosičmi je rovnaké bez ohľadu na to, či sa štartuje raz alebo stokrát. Prečo sa používajú nosiče s menšou nosnosťou, keď na ich štart je potrebná väčšia réžia na jeden kilogram vynesenej hmoty?*
- *2 *Je otázka, aké zvolit' pristátie. Kozmonauti pri ceste z Mesiaca pristávali v oceáne. Sovietski kozmonauti naopak pristávali so Sojuzmi na padákokoch. Ani voda v tekutom stave ani hustá atmosféra na Marse nie je. Prečo použili kozmonauti na Mesiaci lunárny modul a na Zemi pristávali do oceánu? Raketoplán nemožno taktiež použiť, ten potrebuje na mäkké pristátie minimálne pristávaciu dráhu.*
Ďalšia otázka je, kde je najvhodnejšie pristáť. Odhadnite výhody rovníkových oblastí voči polárnym. Ako sa vyhábať piesočným búrkam, ktoré sú na Marse časté?
- *3 *Dokážete spočítať čas, ktorý môžu kozmonauti stráviť na obežnej dráhe okolo Marsu? Čas, za ktorý sa kozmonauti dostanú k Marsu (po ideálnej dráhe) bol spočítaný v minulom čísle. Rovnako spočítajte (uveďte postup výpočtu), kedy nastane štartovacie okno. V nasledujúcom článku Doc.^{MM} Tomáš Štec uvádza správne hodnoty bez toho, aby napísal, ako k nim dospel.*
- *4 *Domnievam sa, že tento argument s ponorkovou chorobou nie je presvedčivý. Pravdou je, že ponorková choroba sa medzi ľuďmi objaví veľmi rýchlo. Silne ale závisí na psychike jednotlivých ľudí – ak sú ľudia trénovaní na psychickú záťaž (akože kozmonauti sú), potom ju znášajú oveľa ľahšie. Napríklad posádka Miru v roku 1998 strávila celý rok spolu (Vladimir Titov, Musa Manarov) a problémy sa nevyskytly.*
- *5 *Skúste odhadnúť, koľko vody, vzduchu a potravy spotrebujú tieto živočíchy samotné. Vyplatí sa vôbec chovať zvieratá na kozmickej lodi?*
- *6 *Raketoplán Columbia pri svojom poslednom lete (STS-107) testoval najmä možnosť recyklácie vody vo vesmíre. Najnovšie experimentálne zariadenia dokážu recyklovať vodu s účinnosťou zhruba 95%. Spotreba vody na človeka je na kozmickej stanici ISS zhruba 20 litrov vody na deň. Pritom sa významným spôsobom nerecykluje.*

*7 Na Marse je väčšia gravitácia ako na Mesiaci. S gravitáciou rastie štartovacia hmotnosť rakety exponenciálne. (Ďalšia vec, ktorú môžete skúsiť dokázať.) Preto sa domnievam, že pristávací modul bude oveľa hmotnejší. Navyiac, na Mesiaci strávili kozmonauti iba niekoľko dní, na povrchu Marsu to budú stovky dní. Ako takúto situáciu vyriešiť? Za zamyslenie by stálo prebrať možnosti pristátia a následného pobytu na povrchu Marsu. Čo takto využiť zdroje na Marse?

Ďalej sa skúste zamyslieť nad tým, čo budú robiť kozmonauti po ceste na Mars, aké experimenty urobia na Marse a ako sa budú „zabávať“ cestou späť.

Misia na Mars

Doc.^{MM} Tomáš Štec

Motory

Pri lete k telesám slnečnej sústavy sú energeticky najvýhodnejšie tzv. Hohmannove dráhy. Pri lete k vzdialenejším objektom (Mars, Jupiter, Saturn...) štartuje kozmická loď z úrovne obežnej dráhy Zeme, kde má aj perihélium, preletí polovicu svojej eliptickej dráhy a v aféliu dobehne planétu, ku ktorej má namierené. To, že je táto dráha najmenej energeticky náročná vyplýva z toho, že dráha lode je dotyčnicou k dráhe štartovej aj cieľovej planéty a že zrýchlenie je lodi udeľované najvýhodnejším smerom – v smere dotyčnice k dráhe. Pri lete k vnútorným planétam (Venuša, Merkúr) je dráha Zeme v aféliu a dráha cieľovej planéty v perihéliu. V tomto prípade cieľová planéta dobieha kozmickú loď (pri letoch k vonkajším telesám to bolo opačne). Obe tieto dráhy predpokladajú dostatočne krátky a zároveň dostatočne silný impulz v presnom momente na zmenu obežnej dráhy kozmickej lode okolo Slnka. Energeticky však rovnako výhodne vychádza aj dlhodobé pôsobenie slabšieho motora, teda pohyb po špirále.*8

Zastavím sa teraz práve pri tých motoroch. Pre krátky silný impulz, teda na dosiahnutie Hohmannovej dráhy, sú vhodné štandardné tzv. chemické motory, ktoré využívajú energiu horenia paliva. Tieto obvykle v relatívne krátkom čase (pár minút) pôsobia silným ťahom a potom zhasínajú. Alternatívou pre druhú možnosť, teda let po špirále, sú motory s dlhodobým ťahom, poväčšinou tzv. fyzikálne motory, napríklad na sonde Deep Space 1 úspešne odskúšané iónové motory, alebo tzv. solárne plachty. Pri prilete k cieľovej planéte ale musia byť chemické motory opäť v činnosti, aby loď naviedli na orbitu. Istou možnosťou je síce aj priamy vstup do atmosféry planéty (používal sa pri návratoch kozmických lodí Apollo od Mesiaca), ale pre prípad pristátia na Marse nie je vhodný. Uznajte, že vstupovať do atmosféry (aj keď redšej ako pozemskej) rýchlosťou rádovo desiatok kilometrov za sekundu je dosť náročné na techniku aj posádku (a to sa technika aj posádka majú vrátiť z povrchu a potom na Zem). Ďalšou vecou je, že sa neoplatí vstupovať do atmosféry so všetkým palivom potrebným na cestu späť (pokiaľ teda nepredpokladáme doplnenie na povrchu).

Vypočítaná doba letu (259 dní) sa dá skrátiť, ak použijeme silnejší impulz, ako ten, ktorý potrebujeme na navedenie na Hohmannovu dráhu. Potom loď preletí menej ako polovicu elipsy (keďže afélium sa ocitne až za dráhou Marsu) a bude sa k Marsu blížiť väčšou rýchlosťou, čo bude vyžadovať silnejšie brzdenie.*⁹ Pokiaľ sa rozhodneme poletieť vyššou rýchlosťou, okrem iných výhod a nevýhod to bude znamenať aj rozšírenie tzv. štartového okna. Štartové okno pre lety k Marsu po Hohmannovej dráhe nastáva vtedy, keď má Mars západnú elongáciu (uhlovú vzdialenosť od Slnka) rovnú 136° . O 259 dní, keď loď dosiahne Mars, ten bude mať pre pozemského pozorovateľa východnú elongáciu 105° . Štartová rýchlosť vzhľadom na Zem pre let po Hohmannovej dráhe musí byť medzi druhou a treťou kozmickou rýchlosťou (iba tento interval spĺňa podmienku, že dráha bude eliptická). Pre let k Marsu je minimálna rýchlosť rovná $11,6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ *¹⁰ (pozn. red.: čiže väčšia ako druhá kozmická rýchlosť), ale ako som spomínal, dá sa zväčšiť. Štartovacie okná sa pre cestu k telesám opakujú vždy po uplynutí ich synodickej obežnej doby (teda vzhľadom na Slnko). Pre Mars je táto doba paradoxne najdlhšia zo všetkých planét Slnčnej sústavy: 780 dní.*¹¹

Iónový pohon

Vráťme sa teraz k funkcii iónového pohonu. Ono totižto existujú dve varianty iónového pohonu. Tzv. elektrostatická a elektromagnetická. Prvý druh ionizuje plyn (používajú sa ťažšie, ionizovateľné látky, napr. lítium, xenón, cézium, ortuť atď.). A vzniknutá plazma je potom urýchlená elektródou. Na výstupe z motora sa musí plazma opätovne neutralizovať, lebo ináč by sa postupne nabíj vysokým nábojom samotný motor a stratil by účinnosť. Druhý druh tiež ionizuje plyn, ale ten potom urýchľuje v elektromagnetickom poli (na základe Lenzovho zákona), a keďže toto pole urýchli aj kladne aj záporne nabitú časticu, plazma je navonok neutrálna a netreba ju na výstupe z motora neutralizovať. Poďme ešte pokecať všeobecne o motoroch. Ako som už spomínal, môžu byť chemické (a to na kvapalné alebo tuhé pohonné látky) alebo tzv. fyzikálne, a to približne nasledujúce druhy:

- tlakové (vypúšťani stlačeného plynu)
- elektrické:
 - elektrotermálne (zahriatie plynu a únik)
 - elektrostatické
 - elektromagnetické
- jadrové:
 - ohrievanie plynov v reaktore (štiepnom alebo fúznom)
 - alebo len ako zdroj energie pre hlavný motor
 - kontrolované jadrové výbuchy (projekt Orion)
- slnečné:
 - ohrev pracovnej látky v slnečnej peci
 - slnečná plachetnica

- kvantové: fotónová raketa (anihilácia a následne regulovaný tok fotónov)
- na princípe poľa: magnetické alebo gravitačné (Warp zo StarTrek)

Prvé tri varianty (chemické, tlakové a elektrické) sú bežne používané, ďalšie (jadrové, slnečné) boli skúšané (v Sovietskom zväze existoval prototyp jadrového motora) a zvyšné dva druhy patria do kategórie sci-fi. Možno ste na Discovery videli dokument, kde sa objavilo vyleštené teleso, ktoré do výšky pár metrov odpálili silným laserom. Tento pohon fungoval na rovnakom princípe ako slnečné plachetnice, využíval tlak žiarenia.

Navigácia kozmickej lode

Keďže akýkoľvek pohyb je relatívny, aj kozmická loď bude musieť byť navigovaná zvláštnym spôsobom. Na smerovú orientáciu nám v rámci priamej viditeľnosti posluží Mars a Slnko. Cestou späť Zem a Slnko. Pri ceste späť ale nastane problém, ktorý cestou opačným smerom nenastal. Zem sa môže dostať približko Slnku. Okrem toho si nemusíme byť istí priestorovou orientáciou lode, a preto zavedieme ešte sledovanie aspoň jedného pevného bodu (Slnko je tiež pevný bod, Zem a Mars sa pohybujú). Týmto pevným bodom bude niektorá hviezda (alebo aj viac hviezd). Štandardne sa používa Canopus zo súhvezdia Kýl. Ak sa už loď dostane dosť blízko k Marsu, môže použiť signály z družíc, ktoré už na jeho orbite sú, alebo určení vzdialenosť pomocou radaru. Poznámka: Slnko je nevhodné používať na navigáciu pre jeho priveľkú jasnosť a značnú plochu (na ktorú časť kotúča budeme zameriavať?).

My chceme gravitáciu!

Teraz prejdem k téme udržiavania umelej gravitácie. Určite bude vhodné použiť niektorú z metód z minulého čísla (osobne by som bol za tú zo stanice Mir, ale kozmonauti by mi asi nadávali). Nepoužijeme metódu ustavičného zrýchľovania, ktorá je, ako sa už spomenulo, veľmi energeticky náročná.^{*12} Takže ostaneme pri rotujúcom telese. Keďže potrebujeme mať presne nasmerované motory, necháme rotovať len časť s posádkou. Predstavme si loď ako veľkú pretlakovú guľu a za ňou napojenú motorovú sekciu (a niekde na tom celom prichytený výsadkový čln). Guľa je obytnou aj prístrojovou sekciou. V jej strede sa nachádza prechodový mechanizmus s nulovou gravitáciou, z neho môže na povrch gule, respektíve do motorovej časti, viesť aj chodba (tiež bez gravitácie). Na túto strednú sekciu namontujeme z oboch strán valce. Tie budú tvoriť kabínu. V strednej časti medzi nimi (tam, kde je prechodový mechanizmus) bude nainštalovaný elektromotor, ktorý bude poháňať obe sekcie. Tieto sa budú otáčať proti sebe a pri približne rovnakej hmotnosti navzájom kompenzovať točivý moment. Aby sa loď nezačala točiť okolo osi elektromotora (tento točivý moment zatiaľ nie je vyrovnaný) namontujeme priamo naproti nemu druhý. Ak budú v prevádzke oba na jednej ose, aj ich točivé momenty sa navzájom budú kompenzovať. Ináč je ale úvaha Prof.^{MM} Martina Demína správna a rýchlosť otáčania lode a samotnej sekcie by boli pri nenulovom vzájomnom trení v obrátenom pomere ich hmotností (obe by mali rovnakú hybnosť vzhľadom na bod

putujúci priestorom spolu s loďou). Keďže som o rotačných sekciách hovoril ako o valcoch, je jasné, že vrchlíky pretlakovej gule budú prázdne. Tak tam môžeme umiestniť napríklad zariadenia, ktoré gravitáciu nepotrebujú, zásobárne (čím menšiu hmotnosť budeme roztáčať, tým to bude ľahšie) alebo aj spomínané hydroponické farmy.

Ak uvažujeme loď typu Discovery z filmu *2001: Vesmírna Odysea*, ktorá má „vpredu“ guľovitú sekciu s posádkou a rotujúcim vnútrom na udržanie umelej gravitácie a za touto časťou dlhý „chvost“ prístrojov a nádrží, na vyrovnanie točivého momentu sekcie s posádkou nám postačia maličké raketové motorčeky na druhom konci lode (keďže budú mať oveľa väčšie rameno vzhľadom na relatívne nehybnú os otáčania obytnéj sekcie). Prof.^{MM} Martin Demín



síce tvrdí, že bude treba použiť raketové motorčeky na roztočenie samotnej sekcie, aby sa zabránilo roztáčaniu zvyšku lode, pravda je ale taká, že pokiaľ je táto sekcia spojená so zvyškom lode, trenie v ložiskách spôsobí prenos točivého momentu aj na ten zvyšok, ktorý mal ostať v klude. To, že treba mať obytnú sekciu pripojenú k zvyšku lode (aby sa pohla spolu s motormi) je samozrejmé. Alternatívne ale môžeme motormi obytnú sekciu rozbehnúť a potom už za voľného letu odpojiť a roztočiť. Pred brzdiacim zážihom hlavných motorov opäť pomocou otáčavých motorčekov zabrzdiť a spojiť so zvyškom lode. Pri rozbehu a brzdení je predsa zbytočné vyrábať ďalšiu umelú gravitáciu.

Život na Marse?

Keď už som pri hydroponických farmách, musím napomenúť Prof.^{MM} Martina Demína, že jednou z podmienok akejkoľvek misie na iné teleso ako Zem je, že nebude narušený ekosystém Zeme, ale ani cieľového telesa.² Teda, pokiaľ nebude môcť byť zodpovedne prehlásené, že Mars je definitívne mŕtva planéta a že tam žiadny prirodzený život neexistuje, bolo by neodpustiteľnou ľahkovážnosťou pokúšať sa tam zasadiť akékoľvek rastliny. Práve kvôli tomuto dôvodu sa predpokladá návrat kozmickej lode na ISS a nie priamo na Zem. Ak by totižto existovali akékoľvek mikroorganizmy pôvodom z Marsu, pri zavlečení na Zem by mohli spôsobiť nenapraviteľné škody (sem–tam niečo vyhubiť a tak...).

Atómový zdroj energie je najlepšie!

Gigant, akým nepochybne loď s ľudskou posádkou bude, potrebuje ohromné množstvo elektrickej energie (najmä systém udržania životných podmienok,

² Preto bola prednedávnom nasmerovaná sonda Galileo, obiehajúca a skúmajúca Jupiter, na kolízny kurz s Jupiterom, aby náhodou niekedy, keď už jej ovládanie nebude možné, nedopadla na Európu, kde je predpokladaný výskyt života.

teda výmena vzduchu cez filtre a udržiavanie teploty, napájanie iónových motorov a v neposlednom rade aj riadiace systémy, aj keď počítače nespotrebujú až také množstvo energie). Navyiac budeme túto energiu potrebovať po dobu celej 2,6ročnej misie. Na zabezpečenie takéhoto množstva existuje len niekoľko možností. Batérie sa vypotrebujú za niekoľko hodín, maximálne dní. Palivové články potrebujú dodávať zásoby vodíka a kyslíka. Solárne panely by museli mať ohromnú plochu (porovnateľné s plochou panelov na ISS, dokonca možno aj väčšie, ak uvážime, že loď letí ďalej od Slnka). Najvýhodnejšie tak zrejme vychádzajú štiepne generátory podobné tým, ktoré nesú sondy Voyager. Generátory na týchto, zhruba 26 rokov starých sondách (štart koncom leta 1977), ešte stále dodávajú dosť energie pre prácu palubných prístrojov a vysielača. Dlhovekosťou teda štiepny generátor bohato postačuje, aj keď počas prevádzky postupne klesá výkon (to platí ale aj pre solárne panely); v súčasnosti sú generátory sond Voyager, tuším, asi na polovičnom výkone. IMHO³ štiepny generátor (aj napriek protestom proti používaniu atómovej energie) je najvýhodnejším zdrojom energie pre medziplanetárne misie.

Záver

Let na Mars by som sumarizoval takto:

Lod': Modulárna, hlavná obytná sekcia guľového tvaru s vnútorným zariadením na udržanie umelej gravitácie na hodnote mesačnej (1/6 pozemskej, dostatočná). Prístrojová sekcia s palivom na cestu tam aj späť, s dostatočne výkonným (chemickým) hlavným motorom (zrýchľovanie a spomaľovanie lode) a s iónovými orientačnými motorčekmi. Orientácia na cieľ (Mars/Zem) a na dve hviezdy (napríklad Canopus a Capella). K lodi pripojený výsadkový modul určený na pristátie na Marse a opätovný štart k zvyšku lode, ktorý ostane na orbite (princíp Apollo).

Posádka: Dve varianty: Buď posádka jednočlenná, keďže jeden človek vydrží bez vážnejších psychických problémov dva roky samoty (okrem toho komunikuje so Zemou), alebo zmiešaná (aj muži aj ženy) posádka, a to aspoň šesťčlenná. Tento počet navrhujem s ohľadom na to, že ponorková choroba sa pri tak nízkom počte ľudí za dva roky neprejaví, len pokiaľ sú veľmi dobre trénovaní a psychicky stáli.

Výsadková loď: Konštrukciou podobná raketoplánu alebo pokusným vztlakovým telesám série X-30, v každom prípade VTOL (Vertical Take-Off and Landing), keďže je nepravdepodobné, že nás na povrchu Marsu bude čakať pristávací dráha a spôsob pristátia, aký sme videli v Armagedone je IMHO fakt prehnaný. Podľa varianty posádky, pre jedného alebo aspoň štyroch členov posádky. Vylúčená nie je ani možnosť viacerých návratov jednej misie na povrch (to však predpokladá niesť so sebou dostatok paliva alebo ho na povrchu dopĺňať).

³ Pozn. red.: In *My Humble Opinion* – podľa mého skromného názoru – jak vidno, autor prirosl k prostredí internetu, odkud tato zkratka pochází.

Dráha Zem–Mars, Mars–Zem: Hohmannova dráha, na ktorú bude loď navedená impulzom hlavného motora. Brzdenie z tejto dráhy kombinovane: gravitačná pasca a impulz hlavného motora.

Správanie na Marse: Opatrne!!! Základ je zabrániť kontaminácii ako Marsu, tak aj posádky kozmickej lode. Platí zásada snažiť sa len sledovať, nie modifikovať.

Návrat na Zem: Pristátie na ISS (alebo inej zodpovedajúcej stanici), dostatočne dlhá karanténa. Výskum vzoriek pôdy len na palube lode alebo ISS s dostatočne dlhou karanténou.

Správanie sa v núdzovej situácii: Ideálna by bola možnosť využiť výsadkový modul ako záchrannú loď pre celú posádku. Vzhľadom na to, že jeho motor musí byť dostatočne silný na štart z planéty, mal by stačiť aj na zmenu dráhy pre návrat na Zem.

Koncepcia viacerých misií: Možnosť využiť celé vybavenie, teda celú kozmickú loď aj výsadkový modul na viac letov tam a späť, alternatívne na založenie kolónie.

Pozn. red.: Redakcia vysoko oceňuje (aj bodovo) autorov záver, v tomto prípade pojatý ako abstrakt. Naším názorom je, že dostatočne dlhý článok by mal obsahovať abstrakt.

Prečo nefunguje GPS?

Vráťme sa teraz k niektorým poznámkam z posledného čísla M&M. Prečo by nemalo fungovať GPS? Pretože GPS má antény namierené na Zem. To je najzákladnejší dôvod. Ďalšie dôvody sú už skôr detailmi. Veď princíp, na ktorom funguje (meranie presného času, za ktorý sa signál dostane z družice do prijímača, teda vlastne meranie vzdialenosti od družice), môže rovnako dobre fungovať aj vo vesmíre a na veľké vzdialenosti. Ak nám teda nevedí oneskorenie signálu, ktoré pri Marse dosahuje maximálne 21 minút (pre Zem v opozícii), čo je nebezpečne veľa pre určenie správneho okamihu pre zapálenie brzdiacich motorov. A potom je ďalšou vecou presnosť. Na vzdialenosť zhruba 400 km je nepresnosť zhruba ± 1 m. Na vzdialenosť 2,52 AU je nepresnosť^{*13} ± 950 km!!! To je pri priemere Marsu 7 800 km „trochu“ veľa.

Doplnkové poznámky k článku *Mgr.^{MM} Michala Růžeka*.

Ako tvrdí autor, dĺžka letu na Mars je 258 dní (ja udávam 259, čo ale nie je podstatné), takže treba rátať aspoň s rovnako dlhou dobou aj na let späť. To je správne. Problém je ale, kedy smerom k Zemi odštartovať. Pri prilete k Marsu má Zem náskok 75° , ale štartovacie okno na Hohmannovu dráhu smerom na Zem je práve vtedy, keď Zem za Marsom 75° zaostáva (keď letíme k vnútorným, rýchlejšie sa pohybujúcim telesám slnečnej sústavy, tieto nás dobiehajú, lebo my sme na dráhe s väčšou veľkou poloosou, a teda menšou obežnou rýchlosťou). Toto postavenie však budú mať planéty až približne 430 dní po prilete (a potom vždy po synodickej dobe obehu Marsu, teda po 780 dňoch).^{*14}

Ak teda chceme štartovať smerom k Marsu a vrátiť sa od neho po energeticky najvýhodnejšej dráhe, musíme rátať čas na misiu minimálne okolo 1000

dní, čo je zhruba 2,6 roka. Ak radšej uprednostníme šetrenie materiálu, a teda čo najkratšiu misiu, tak k Marsu poletíme po Hohmannovej dráhe. Späť sa budeme vracieť po dráhe s väčšou spotrebou paliva, ktoré (ak ho nebudeme dopĺňať na Marse) bude najvýhodnejšie dopraviť ho k Marsu (v lodi) práve po Hohmannovej dráhe. Loď odľahčená o palivo potrebné na cestu k Marsu a brzdiaci manéver bude ľahšie naberať kurz Zem.

Brzdiaci manéver môže byť „nahradený“ brzdením do gravitačnej pasce (gravitačný biliard) a následne hoci aj aerodynamickým brzdením v horných vrstvách atmosféry (väčšina sond letiacich k Marsu z poslednej doby).

Literatura:

- [4] *M. Grün*: Kosmonautika: Současnost a budoucnost; nakladatelství Socialistické akademie Horizont; Praha; ČSSR; 1983
 [5] *Kolektív*: Encyklopédia Astronómie; Bratislava; Obzor; 1987

Poznámky v texte

- *8 *Skúste si rozmyslieť, prečo v tom prípade už dráha nebude elipsou.*
- *9 *Dokážete spočítať zmenu rýchlosti a času trvania letu pri zmene štartovacej rýchlosti? Ako závisí množstvo spotrebovaného paliva na čase letu, počiatovej rýchlosti apod.? Nie sú niekedy výhodnejšie dráhy, ktoré majú síce mierne zvýšenú spotrebu paliva, ale výrazne sa napr. zníži čas potrebný k doletu na Mars, poprípade čas zotrvania na ňom?*
- *10 *Dokážete to spočítať? Nedá sa nejakým spôsobom použiť napr. Mesiac alebo Venuša na zvýšenie rýchlosti rakety?*
- *11 *Viete spočítať pre jednotlivé planéty, aký čas uplynie medzi štartovacími oknami všeobecne? Je pravda, že štartovacie okno sa opakuje vždy po uplynutí synodickej doby? Kde sa nachádza planéta v čase štartovacieho okna (uhlovo od Slnka a vzdialenosťou od Zeme, v porovnaní s jej strednou vzdialenosťou od Slnka)? Je táto poloha niečím význačná? Má nejakú súvislosť s aspektmi – napr. s konjunkciou či opozíciou?*
- *12 *Každý tvrdí, že zrýchlený pohyb je veľmi energeticky náročný. Odhadnite, nakoľko je ustavičné zrýchľovanie náročnejšie ako pohyb po Hohmannovej dráhe. Pozor! Odhad neznamená vymyslieť si dajaké číslo, a to potom prezentovať. Odhad znamená na základe úvah a zjednodušení spočítať číslo, aspoň rádovo sediace so správnou hodnotou pri podstatne menšom úsilí.*
- *13 *Veľká fyzika sa často robí trojčlenkou.*
- *14 *Opakujem otázku. Dokáže niekto spočítať, ako dlho pobudnú kozmonauti na povrchu Marsu?*

Záverečné poznámky redakcie

Myslíme si, že došlé články majú veľkú výpovednú hodnotu. Je nám ale ľúto, že ich autori sa venujú prevažne opisovaniu múdrych kníh a vlastnú hlavu za-

nedbávajú. Veľa skutočností, ktoré ste uvádzali bez overenia, sa dá jednoducho spočítať, overiť. Overte výpočtom tie správne a skúste medzi nimi nájsť aj tie nesprávne. (Aj v renomovaných vedeckých časopisoch ako sú *Science* a *Nature* sa nájdu články obsahujúce nepresnosti a chyby.)

Redakcia bude hodnotiť tieto snahy vyšším (kladným ;-)) počtom bodov.

Čo ešte zostáva urobiť

Rozdiskutujte úlohu vody a vzduchu, dvoch najdôležitejších položiek, pri kozmických letoch. Treba nájsť spôsoby, kde sa pri dlhodobej misii dá voda a vzduch ušetriť a kde to naopak nie je možné. Zároveň rozdiskutovať možnosti obmedzenia ich recyklácie.

Rovnako je potreba zabezpečiť kozmonautov pred kozmickým žiarením. Záhŕňa to zistenie, aká je maximálna možná dávka žiarenia na deň, a ako sa pred žiarením chrániť. Prečo kozmonauti na obežnej dráhe okolo Zeme takúto ochranu nepotrebujú?

Podrobnejšie je treba sa venovať aj pristátiu na Marse! Vy ani NASA predsa nechcete riskovať život kozmonautov!

Bzučo

Téma 3 – Fyzika a doprava

Nejprve uvádzame opravu článku z minulého čísla od Mgr.^{MM} Lenky Studničné. *Ve článku o umístění motorů u aut v bodě (2) jsem se přepsala, nejde o KOSMOKINETICKÉ klouby, ale samozřejmě o HOMOKINETICKÉ klouby.*

Dále nás Doc.^{MM} Tomáš Štec upozornil na chybu v úvodní úloze k tématu týkající se převodovky u tramvají. Tramvaje, elektrické a dielelektrické lokomotivy totiž převodovku mají – ovšem jen jednostupňovou. Naopak vozidla poháněná spalovacím motorem mají převodovku vícestupňovou. Otiskujeme tedy jeho článek s vysvětlením problému. Autor dává přednost rozboru vlaků před tramvajemi, ale princip problému se tím nijak nemění.

Prevodovky

Doc.^{MM} Tomáš Štec

Vlak je poháňaný elektromotormi na jednosmerný prúd⁴, a tie pracujú pravidelne v celom rozsahu otáčok (od nuly po maximum). Naproti tomu, motor v aute potrebuje zhruba 1 000 otáčok za minútu len na to, aby sa udržal v prevádzke. Roztáčať kolesá 1 000 otáčkami za minútu je, ehm, „trochu“ nevhodné. V lokomotívach používané jednosmerné elektromotory sú schopné vyvinúť dosť vysoké otáčky (pár tisíc za minútu). To je ale pri priemere hnacích kolies vlaku

⁴ V 80. rokoch vyrobila fa Škoda prototyp elektrickej lokomotívy s typovým označením 85 EO (nové označenie prvého prototypu je 169.001), ktorá mala už asynchrónne motory pre ich väčšiu hospodárnosť. Práve tento typ, ako jediný, nemal vo verzii s pomalobežnými asynchrónnymi motormi prevodovku.

1 250 mm⁵ zbytočne veľa. Ako to zmeniť? No jednoducho namontujeme *prevodovku*. Pôvodný prevod 1:1 zmeníme trebárs na 1:3,5 (prevody vo vlakoch sú zhruba na intervale 1:2 až 1:5). Budete možno namietat, že toto nie je prevodovka, že je to len prevod. Skutočnosť je taká, že toto je *jednostupňová prevodovka*. No, a čo dieselove rušne? Skutočne dieslových ich je len pár. To sú práve tie malé lokálky, motoráčky. Tie ale (ak ma pamäť neklame) viacstupňovú prevodovku majú,⁶ alebo sú na tom rovnako ako ich väčší bratia – dieselelektrické rušne.⁷ Tak a sme doma! *Dieselelektrické*. Čo to znamená? Hovorí sa im aj dieselové rušne s elektrickým prenosom sily. Naftový motor je napojený na generátor jednosmerného prúdu⁸ (trochu prerastené dynamo) a vyprodukovaná elektrina je použitá na vyhrievanie a osvetlenie vlaku a na jeho pohon. Prenáša sa do tzv. trakčných motorov, ktoré už sú cez prevodovku (prevod) napojené na kolesá. Prečo? No, jednak sú pri elektrickom prenose menšie straty, a jednak by som teda nechcel vidieť viacstupňovú prevodovku, ktorá by znášala to namáhanie pri rozhybavaní päťstotonového vlaku.

Vráťme sa k tej nešťastnej električke. Keďže má menšie kolesá ako vlak (priemer 650 mm pri strednom opotrebovaní), ale zároveň sa pohybuje aj zhruba polovičnou rýchlosťou (60 km h⁻¹ proti 140 km h⁻¹), potrebuje v konečnom dôsledku väčší prevod ako vlak. Štandardné električky ČKD majú prevod zhruba 1:8.

Hmotnosť lokomotív

Doc.^{MM} Tomáš Štec

Pozn. red.: Kvalitatívni řešení problému hmotnosti lokomotiv poslalo více lidí a bylo uveřejněno už v minulém čísle. Doc.^{MM} Tomáš Štec se podíval na kvantitativní řešení problému a dospěl k závěru, že „vhodná“ hmotnost lokomotiv se dá spočítat a odpovídá reálným údajům.

Pozrime sa najprv, kde sa dá hmotnosť na lokomotíve ušetriť. Bez väčších možností je to na elektrickom vybavení. Hlavnú časť odstrániteľnej hmotnosti tvorí hlavný rám, rámy podvozku, karoséria, všetko prevažne z ocele, ktorá sa dá nahradiť ľahkými kovmi alebo kompozitmi. Prečo to tak nie je? Väčšina

⁵ Platí pre rušne s unifikovanými podvozkami II. generácie rušňov Škoda. Staršie a dieselelektrické rušne a tiež motorové jednotky majú priemer (nových) kolies 1050 mm.

⁶ *Pozn. red.: Např. motorové vlaky řady 810 „Kufř“ mají dvoustupňovou automatickou hydromechanickou převodovku Praga.*

⁷ *Pozn. red.: Podle článku Prof.^{MM} Martina Demína v minulém čísle se konstruuji také čistě diesellové lokomotivy s jednostupňovou převodovkou, které pro rozběh používají hydrospojku. Ale nezjišťovali jsme nakolik je tato konstrukce častá.*

⁸ Existujú však aj rušne so striedavým prenosom výkonu.

lokomotív ČD a ŽS bola vyrábaná pred vyše dvadsiatimi rokmi, keď ešte výroba kompozitov bola náročná, v hliníku sa zasa, na rozdiel od ocele, kumuluje namáhanie, a tak k poškodeniu po dlhšej dobe určite dôjde. Oceľ sa nepoškodí, kým jednorázové namáhanie neprekročí medzu pevnosti materiálu.

Na dôvody, prečo nie sú odľahčené ocelové časti (ktoré sú predimenzované), sa teraz pozrieme všeobecne a zároveň na jednom konkrétnom prípade:

Pre jednoduchosť predpokladajme, že všetky kolesá lokomotívy o hmotnosti m sú poháňané (trakčné). Celkové trenie medzi lokomotívou a traťou je potom

$$F_P = \mu_0 \cdot m \cdot g,$$

pričom μ_0 je koeficient šmykového trenia pre prípad, že sa pohyb začína z pokoja (pre vlak by to mal byť pokoj vždy, lebo koleso sa po koľajnici nešmýka, ale valí). Preto je F_P hodnota trecej sily šmykového trenia pre začiatok pohybu, teda maximálna hodnota sily, ktorou môžu kolesá na svojom obvode ešte pôsobiť, aby neprešmykovali. Keďže koeficient šmykového trenia po začiatku pohybu klesá, je žiaduce, aby kolesá do šmyku vôbec neprešli. Všetky kolesá v súprave vrátane hnacích však pôsobia proti pohybu odporovou silou F_t valivého odporu. Pre ňu platí

$$F_t = \frac{\xi \cdot m \cdot g}{r},$$

pričom ξ je rameno valivého odporu a r je polomer kolesa. Ak predpokladáme, že na jednom vozidle súpravy sú všetky kolesá rovnakého priemeru a z rovnakého materiálu (oceľ), platí pre celú súpravu o n vozoch

$$F_t = \sum_{i=1}^n \frac{\xi \cdot m_i \cdot g}{r_i}$$

a zároveň, aby sa súprava hýbala, musí platiť

$$F_P \geq F_t.$$

Dosaďme si teraz konkrétne hodnoty pre IC 122 Odra na trati Košice, hlavná stanica–Praha, hlavné nádraží. Rušeň je typ 150 (resp. 151) Českých dráh, vozne kombinovane ŽS aj ČD s priemernou hmotnosťou 40 t. Hmotnosť rušňa je 82,4 t, vozňov je 12. Rameno valivého trenia je $\xi = 0,5$ mm, priemer kolies je $r = 625$ mm. Valivý odpor celej súpravy je

$$F_t = 4,412 \text{ kN}.$$

Ako vidíme, nie je vôbec veľký. V žiadnom prípade nevyžaduje hmotnosť lokomotívy až 82,4 t. Predpokladali sme ale osobnú súpravu, a tá zďaleka nedosahuje hmotnosť nákladných súprav. Dokonca sme predpokladali prázdnu súpravu. Ak budeme predpokladať plne obsadený vlak s desiatimi osobnými vozňami (jeden je reštauračný a ďalší spešninový), v každom vozni 14 kupé a

v každom kupé 6 miest na sedenie (IC vlak ;-), priemernú hmotnosť človeka 70 kg, dostaneme celkové trenie

$$F_t = 4,87 \text{ kN}.$$

Ako vidíme, náklad vlaku toho veľa nezmení. Ďalším problémom je, že predpokladáme vlak idúci po rovine. Ak však vlak stúpa do kopca, musí lokomotíva spolu s odporom prekonávať aj časť tiaže vlaku, takže⁹

$$F_{tm} = F_t + m \cdot g \cdot \sin \alpha,$$

pričom m je v tomto prípade hmotnosť celého vlaku a α je uhol stúpania. Pre vlaky je maximálne povolené stúpanie len okolo pár promile. Predpokladajme stúpanie 1° , potom dostaneme

$$F_{tm} = 4,87 + 106,32 \text{ kN}; \quad F_{tm} = 111,19 \text{ kN}.$$

Teraz vidíme, že odpor vlaku je vlastne zanedbateľný. Hlavnú časť prekonávanej sily tvorí samotná tiaž vlaku už pri minimálnom stúpaní ($1^\circ \doteq 1,7\%$). V skutočnosti vlaky prekonávajú stúpanie zhruba do $1,5\%$.¹⁰ Na to, aby lokomotíva s touto súpravou prekonala pri koeficiente šmykového trenia $\mu_0 = 0,2$ toto stúpanie (1°), musela by mať hmotnosť $m = 56,5 \text{ t}$ (zanedbávam, že v predchádzajúcich výpočtoch som použil hmotnosť lokomotívy $82,4 \text{ t}$, dať zodpovedajúce výrazy do rovnosti, aby sa zistilo pre akú hmotnosť platia, je minimum). Nie je to ešte skutočná hmotnosť lokomotívy, ale súprava 12 vozňov tiež nemusí byť limitom. Ideálna adhézna hmotnosť (to je tá, ktorá pritláča na trať poháňané nápravy), bude taká, aby bol na obvode kolies využiteľný celý točivý moment motora.

Je zaujímavé, aké lokomotívy vyrábala firma Škoda pre trate v ZSSR. Lokomotívy boli zdvojené, tak ako to ešte dnes vidíme aj na našich tratiach na nákladnom type 131. Dôvod je jasný. Zdvojená lokomotíva má zhruba dvakrát väčšiu adhéznú hmotnosť a teda zhruba dvakrát väčšiu ťažnú silu. To bolo významné na sovietskych rýchlikoch, ktoré mali bežne okolo 20 vozňov a prekonávali Ural, teda stúpania cez $1,5^\circ$.

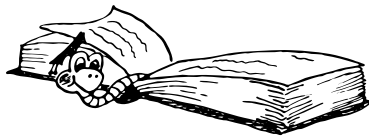
Lokomotíva o hmotnosti $82,4 \text{ t}$ môže pri $\mu_0 = 0,2$ využiť až 161 kN sily na obvode kolies. Tabuľková hodnota je 227 kN , čo znamená, že trenie je väčšie. V tabuľkách je pre koeficient trenia pre oceľ na oceli hodnota $0,1$ až $0,3$. Ak

⁹ Pozn. red.: V tomto prípade má byť trecí sila rovna $F_t \cos \alpha$, pretože tíha vlaku nepôsobí kolmo na kolejnice. Číselnou hodnotu výsledku to však téměř neovlivní.

¹⁰ Pozn. red.: Toto platí pro hlavní tratě. Dle údajů na webových stránkách Českých drah jsou sklonové poměry v hlavních kolejích následující – vodorovná: 27% ; stoupaní do 5% : 36% ; do 10% : 16% ; do 20% : 17% ; nad 20% : 4% (největší sklon 57% je užit na ozubnicové trati Tanvald–Harrachov).

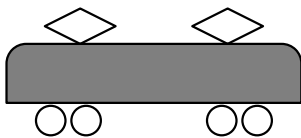
použijem hodnotu 0,3 dostaneme už 242 kN. Teda ideálny koeficient trenia pre sústavu koleso–koľajnica je niekde medzi 0,2 a 0,3 (zhruba 0,281). Ideálny preto, že koľajnice môžu byť zanesené, zľadovatené apod. Pre tieto prípady sú lokomotívy vybavené pieskovačmi, ktoré v prípade potreby sypú medzi hnacie kolesá a koľajnice piesok, ktorý výrazne zvýši trenie. V prípade, že by jedna lokomotíva nestačila, pripája sa na koniec vlaku ďalšia – postrková. Tak je to napríklad pri doprave železnej rudy do U.S.Steel Košice po širokorozchodnej trati (rozchod 1 520 mm oproti štandardným 1 435 mm) z Ukrajiny, kde sa na úseku cez Slanské vrchy pripája postrková lokomotíva, keďže stúpania dosahujú až 1,7 percenta a vlaky sú enormne ťažké.

Tak sme teda našli dôvod, prečo sú lokomotívy také ťažké. Síce sme použili konkrétny typ 150 ČD (výrobné číslo si bohužiaľ nepamätám), ale pre ostatné lokomotívy jazdiace pre ČD či ŽS si môžeme potrebné údaje nájsť v tabuľke v doplnku 2, ktorú mám z adresy <http://www.rail.szm.sk>. Tabuľka je upravená, údaje pre dieselové lokomotívy som odstránil, pretože neobsahovali hmotnosť, doplnil som časť poznámok. Konkrétne údaje o IC 122 Odra som získal na Košickej stanici pozorovaním. :-) Z tabuľky sa dá vyvodiť, že rušne radu 151 majú oproti rušnom radu 150 len zmenený prevod na rýchlosť 160 km h^{-1} a modernizované vybavenie (usudzujem tak na základe rokov výroby). Zo zmeny prevodu ale vyplynula ešte jedna vec: zmenil sa aj pomer prenosu momentu sily na os hlavnej nápravy, a teda aj maximálna ťažná sila.

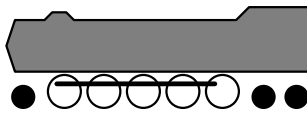


Doplnok 1: Označenie usporiadania náprav

Veľké písmená v označení udávajú počet poháňaných náprav na jednom podvozku. Pokiaľ je pri písmene malá nula, znamená to, že nápravy sú poháňané samostatne. Pokiaľ je v označení viac písmen, znamená to, že na lokomotíve je viac samostatných podvozkov. Arabskými číslicami sa označujú počty behúňov, teda nepoháňaných náprav (slúžia v prípade, že skutočná – konštrukčná – hmotnosť lokomotívy je väčšia ako adhézna hmotnosť, v súčasnosti sa už nevyskytujú).



Obr. 1



Obr. 2

Zopár príkladov:

- BoBo (obr. 1) – lokomotíva s dvoma samostatne poháňanými nápravami na každom z dvoch podvozkov (najbežnejšie).

- Do – lokomotíva so štyrmi samostatne poháňanými nápravami na jednom podvozku (staršie riešenie).
- 1E2 (obr. 2) – lokomotíva s piatimi spriahnutými nápravami, behúňom vpredu a dvoma vzadu (najskôr rýchliková, parná).
- BB + 22 + 22 + 22 + BB – Elektrická jednotka (dva rušne na koncoch a tri vozne, napr. typ 560).

Doplnok 2: Tabuľka

rad	usporiadanie náprav	najvyššia rýchlosť (km/h)	trvalý výkon (kW)	ťažná sila (kN)	hmotnosť (t)	výrobca	obdobie výroby
100	BoBo	50	360	140	48	Škoda	1956, 1957
110	BoBo	80	800	160	72	Škoda	1971–1973
111	BoBo	80	760	186	72	Škoda	1981, 1982
112	BoBo	80	760	186	68	Škoda	1977
113	BoBo	80	400	160	64	Škoda	1973
121	BoBo	90	2 032	234	88	Škoda	1960
125.8	BoBo	90	2 × 2 040	350	85	Škoda	1976
130	BoBo	100	2 040	228	86	Škoda	1977
131	BoBo	100	2 × 2 240	350	85	Škoda	1980, 1982
140	BoBo	120	2 032	212	82	Škoda	1953–1958
141	BoBo	120	2 032	225	84	Škoda	1957, 59, 60
150	BoBo	140 ¹¹	4 000	227	82	Škoda	1978
151	BoBo	160 ¹¹	4 000	210	82	Škoda	1996–2001
162	BoBo	140	3 480	258	85	Škoda	1991
163	BoBo	120	3 480	300	85	Škoda	¹²
169 ¹³	BoBo	120/140	2 800/3 200		88	Škoda	prototyp
181	CoCo	90	2 610/2 790 ¹⁴	345	120	Škoda	1961, 1962
182	CoCo	90	2 790	345	120	Škoda	1963–1965
183	CoCo	90	2 790	345	120	Škoda	1971
210	BoBo	80	880	164	72	Škoda	1972, 73, 79, 83
230	BoBo	110	3 080	320	88	Škoda	1966, 1967
240	BoBo	120	3 080	255	85	Škoda	1968, 69, 70
242	BoBo	120	3 080	240	84	Škoda	1975, 79, 81
263	BoBo	120	3 060	300	85	Škoda	1984, 1988
350	BoBo	160 ¹¹	4 000	210	89	Škoda	1974, 1976
362	BoBo	140	3 060/3 480 ¹⁵	258	86	Škoda	1990
363	BoBo	120	3 060/3 480 ¹⁵	300	86	Škoda	1980, 1984–90
372 ¹⁶	BoBo	120	3 080		84	Škoda	1988, 91
371 ¹⁶	BoBo	160	3 080		83	Škoda	1988, 91
460 ¹⁷	BoBo	110	1 000		64	Vagonka Studénka	1971, 74–78
560 ¹⁷	BB	110	840		64	Vagonka Studénka	1966, 70, 71

¹¹ Typ 150 bol oficiálne vyskúšaný na rýchlosť 200 km/h. Vzhľadom na konštrukčnú zhodu väčšiny súčastí s typmi 350 a 151 usudzujem, že aj tie.

¹² Typy 163.001–163.060: v rokoch 1984–1986, 163.061–163.111: 1991–1992, 163.112–163.125: 1991, 163.241–163.260: 1991.

¹³ Bol vyrobený aspoň jeden prototyp 169.001. Tabuľka obsahuje dvojice údajov: prvé platia pre podvozky s pomalobežnými motormi s priamym náhonom, druhé pre podvozky s rýchlobežnými motormi s prevodovkou s prevodom 1:5,533. Všetky používané motory boli asynchrónne, napájanie lokomotívy bolo možné aj 3 kV js aj 25 kV 50 Hz.

¹⁴ Typy 181.001–181.060: výkon 2 610 kW, 181.081–181.150: 2 790 kW.

¹⁵ Na systéme 25 kV, 50 Hz 3 060 kW, na 3 kV js 3 480 kW.

¹⁶ Podľa všetkého sa jedná o typ 80E ČSD ES 499.2, resp DR BR 2030, ktoré boli určené na premávku na novo elektrifikovanej trati Děčín–Bad Schandau, resp. pre rýchliku na trati Praha–Berlín. Špecifické je určenie pre prúdové sústavy 3 kV js a 15 kV $16\frac{2}{3}$ Hz, ktorá je použitá na nemeckých tratiach.

¹⁷ Tieto vlaky sú viacvoznové, motorové jednotky. Údaje v tabuľke platia pre jeden motorový vozeň.

Literatura:

- [1] *Kolektív*: Matematické fyzikálne a chemické tabuľky pre stredné školy; Bratislava, Slovenské pedagogické nakladateľstvo 1989
- [2] *Prof. ing. Dr. Jansa F., DrSc.*: Vozidlá elektrické trakce, 2. vydanie; Praha, NADAS 1987
- [3] *Prof. RNDr. Hajko Vl., Prof. RNDr. Daniel–Szabó J.*: Všeobecná fyzika I; Košice, Rektorát Univerzity P. J. Šafárika 1974
- [4] *Ondřej Pálka a kolektív*: Rozum do vrecka; Bratislava, Mladé letá 1978

Indukčné brzdy

Doc.^{MM} Tomáš Štec

V tomto článku sa budem zaoberať problémom indukčného brzdzenia. Od čoho vlastne závisí účinok tohto brzdzenia? Lenzov zákon hovorí, že prúd pôsobí proti zmene. Teda, čím väčší prúd, tým silnejší brzdný účinok. A od čoho závisí prúd? Ak predpokladáme, že je v obvode s konštantným odporom (čo v tomto prípade platí, ak zanedbáme tepelné zmeny), je podľa Ohmovho zákona $I = \frac{U}{R}$. Keďže R sme pokladali za konštantné a prúd je potom priamo úmerný napätiu, potrebujeme zvýšiť napätie. Hodnota indukovaného elektromotorického napätia je podľa Faradayovho zákona $U = -\frac{d\Phi}{dt}$, teda potrebujeme dosiahnuť čo „najrýchlejšiu“ zmenu indukčného toku. Ak vieme, že pre indukčný tok platí vzťah $\Phi = NBS \cos \alpha$ a pokladáme N (počet závitov) a S (plochu jedného závitu) za konštantné, potom zmena bude priamo úmerná zmene magnetickej indukcie a hodnoty $\cos \alpha$. Teraz sa pozastavím pri zmene veľkosti indukcie. Na železničiach používané elektromotory totiž nemajú na mieste statora trvalé magnety (dosť ťažko sa vyrábajú magnety potrebných vlastností a veľkostí), ale majú aj na statore aj na rotore vinutie. Takže, ak pustíme do statora aj rotora správny

prúd, motor sa začne otáčať. Ak pustíme prúd len do statora, vo vzniknutom magnetickom poli sa bude otáčať rotor. V ňom sa bude indukovať napätie, a ak ho zapojíme na odpor, dostaneme brzdu. Aby sa ušetrila energia zo siete, často sa do statora púšťa práve prúd, ktorý sa indukuje na rotore. Potom sa hovorí, že je to elektromagnetická brzda s vlastným buđením. Keď sa ale do statora nepúšťa konštantný prúd, hodnota magnetickej indukcie sa mení, preto som ju neuvádzal ako konštantnú. Vráťme sa ale k druhej premennej. Hodnota $\cos \alpha$ sa bude meniť rovnako ako hodnota α ¹⁸ a tá je daná ako $\alpha = \omega t$, teda uhlová rýchlosť násobená časom. Uhlová rýchlosť je ale priamo úmerná skutočnej rýchlosti na obvode kolesa. Z toho vyplýva, že v konečnom dôsledku je výkon brzdy ($P = \frac{U^2}{R}$) úmerný druhej mocnine rýchlosti. To, samozrejme, platí len pre brzdy s cudzím buđením. Pre brzdu s vlastným buđením je táto zmena komplikovanejšie závislá aj sama od seba.

Ale, ako sme videli, výkon brzdy bude klesať s klesajúcou rýchlosťou a pri nulovej bude rovný nule. Z toho vyplýva, že úplne zabrzdiť elektrodynamickou brzdou nemôžeme. Teda môžeme, ale chce to jednu fintu: pustiť motor proti-smerne. No a potom naozaj zastavíme. Lenže to už znamená ďalšiu spotrebu elektrickej energie. Ako sa potom rieši zastavenie? Napríklad vlaky. Ak bola strojvodcom zapojená elektrodynamická brzda, indukovaný prúd tečie cez tzv. odporníky, ktoré sú na nových lokomotívach vo vyvýšenej časti v strede stretchy, lebo potrebujú kvalitné chladenie. Veru tak, všetok indukovaný prúd sa na lokomotívach neúčinne mení na teplo v brzdových odporníkoch (tuším sa im hovorí aj Frenchaltové).¹⁹ Samotné odporníky sú z liatinových pásov. Keď senzor zaznamená pokles brzdiaceho prúdu pod určenú hodnotu, automaticky sa zapoja pneumatické brzdy a dobrzďujú vlak až do zastavenia. Teoreticky by sa dala hodnota tejto rýchlosti určiť, ale vzhľadom na to, že na lokomotívach sa používa vlastné budenie, bolo by to trochu zložité.

Ako som spomenul, pri vlakoch väčšina brzdneho prúdu, ak nie všetok, je premenená na teplo. Ináč je to ale v mestskej doprave. Trebárs trolejbusy alebo električky pri brzdení púšťajú získaný prúd späť do rozvodnej siete. Podobne by mali fungovať aj vlaky metra, kde sa navyše dá využiť veľká pravidelnosť, takže kým jeden vlak na kopci brzdí, druhý (v protismere) môže využívať brzdny prúd na to, aby sa na kopec dostal. Brzdeniu do rozvodnej siete sa hovorí rekuperačné.

A ešte jedna vec. Pri elektrodynamickom brzdení sa nám časť energie vráti. Koľko? No, bude to práve toľko, koľko sme potrebovali na rozbehnutie vozidla

¹⁸ Pozn. red.: To není obecně pravda. Změna $\cos \alpha$ je stejná jako změna α pouze pokud je α blízké nule (tedy rovina smyčky kolmá na směr magnetické indukce). Prakticky je to splněno, pokud je vinutí motoru složeno z velkého množství pootočených cívek a komutátorem se připojuje vždy ta, co je nejbližší té kolmé rovině.

¹⁹ Pozn. red.: Víte, jaký je pak důvod pro použití indukčních brzd místo klasických mechanických?

z rychlosti, na kterou brzdíme, na rychlost, z které brzdíme. Musíme ale od-
rátať všechny straty. To znamená trenie, účinok akýchkoľvek iných brzd (teda
okrem zotrvačnickových, kde sa energia vracia do rotačného zotrvačníka), te-
pelné straty v elektrickom obvode atď.

*Pozn. red.: To, čo píše Doc.^{MM} Tomáš Štec o množství energie vrátené späť,
platí pouze tehdy, když onu energii máme kam poslat. U velkých rozvodných
sítí to většinou není problém. Vzhledem k velkému množství vozů se dá najít
nějaký, který zrychluje zrovna tehdy, když jiný brzdí apod. Na druhou stranu,
v případě, že by jsme chtěli použít rekuperační brždění u vozidla, které není
připojeno k rozvodné síti a má vlastní zdroj energie (baterii), tak narazíme na
podstatné problémy, protože získanou energii nebude kam „odložit“ (uvědomte
si, jaký je maximální nabíjecí proud akumulátorů, a porovnejte jej s proudem
z brzd). Zkuste rozebrat tento případ (řešením by mohlo být například pou-
žití kondenzátorů pro absorbování nárazového brzdného proudu). Zajímavou
aplikací je například nějaký „městský elektromobil“. Tedy vozidlo u kterého
nepožadujeme velké rychlosti, ale naopak předpokládáme časté brždění a roz-
jíždění. Stačily by pro takové vozidlo současné běžně dostupné baterie? Jak
často by se musely dobíjet?*

*Pozn. red.: Doc.^{MM} Tomáš Štec nám k tématu dopravy poslal ještě mnoho
dalších stránek textu. Bohužel vzhledem k omezenému místu v čísle dále pu-
blikujeme už jen několik úryvků. Pro příště si z toho vezměte poučení, že je
vhodné nepsat zajímavé články zbytečně dlouhé. :-)*

Umístění motoru a kormidel u letadel

*Pozn. red.: Dále přepisujeme pouze nejzajímavější části příspěvku Doc.^{MM} Šte-
ce.*

Pro získání nejvyššího vztlaku (a nejmenšího čelního odporu vzduchu) je
potřeba, aby vzduch obtékal křídla (a obecně letadlo) laminárním prouděním.
Ovšem při rychlostech letadel blízkých se rychlosti zvuku způsobují i malé
nerovnosti vznik turbulentního proudění. Proto jsou všechny části letadel co
nejlépe vyhlazené.²⁰ Ovšem řídicí plochy už svou podstatou způsobují nerov-
nosti v profilu letadla a vzniká na nich turbulentní proudění. Proto by se křídlo
umístěné za řídicí plochou ocitlo v oblasti turbulentního proudění, ovšem řídicí
plochy za křídlem jsou v oblasti laminárního proudění vzduchu obtékajícího
křídlo.

Dále rozebírá umístění motoru (těžiště letadla) a křidel. Až na výjimky jsou
křídla upevněna v místě těžiště letadla (jinak by se letadlo okolo tohoto místa
otáčelo).²¹ Dále uvádíme porovnání několika typů letadel. „*Na začiatok je to*

²⁰ Doc.^{MM} Tomáš Štec k tomuto ještě dodává, že nejnovější pokusy s povrchem
typu „žraločí kůže“ ukazují, že mikrovýstupky na jejím, jinak hladkém povrchu
mohou mít velmi příznivý vliv na zmenšování odporu.

²¹ Onou výjimkou je F-16, která má těžiště vysunutě, a stabilitu zajišťuje
počítačový vyrovnávací systém.

TU-154 lietajúce pre Slovenské aerolínie. Má tri motory, dva na bokoch chvostovej časti trupu a jeden v koreni chvosta. Chvostové plochy má tvaru T (vodorovná plocha nemôže byť dolu, lebo tam sú motory). Keď sa na toto lietadlo pozrieme zhora, uvidíme, že má krídla posunuté značne dozadu oproti stredu trupu. Je to práve kvôli prítomnosti motorov v zadnej časti lietadla. Naproti tomu Boeing 737-400, tiež lietajúci pre Slovenské aerolínie má dva motory, na každom krídle jeden. Samotné krídlo je zhruba v strede trupu. A nakoniec pre porovnanie francúzska stíhačka Mirage. Má jeden motor v zadnej časti trupu (Mirage IV má dva). Krídlo je tvaru delta a končí až pri výstupnej tryske motora. Vodorovné plochy táto stíhačka nemá, keďže má práve krídlo delta, ktoré ich zastupuje.“

Chování auta v zatáčkách

Doc.^{MM} Tomáš Štec a Mgr.^{MM} Lukáš Vozdecký napsali několik postřehů k přetáčivosti a nedotáčivosti automobilů.

Mgr.^{MM} Lukáš Vozdecký analyzuje chování automobilu z hlediska dostředivé síly na obou nápravách. Automobil s motorem vzadu má vzadu i těžiště, takže dostředivá síla na přední nápravě má vůči těžišti větší rameno. V těžišti tedy působí silový moment, který auto otáčí do zatáčky, a v extrémním případě (smykové tření zadních kol nedokáže působit dostatečnou dostředivou silou) auto zcela přetočí a dojde ke smyku. Automobil je tedy přetáčivý.

Naopak při umístění motoru vpředu má vůči těžišti větší rameno dostředivá síla na zadní nápravě a výsledný silový moment brání zatočení automobilu. Tomuto chování se říká nedotáčivost.

Doc.^{MM} Tomáš Štec se problémem snažil rozebírat i z hlediska tíhy ležící na jednotlivých nápravách. Dospěl k závěru, že při zatáčení je pravděpodobné, že se odtrhne poháněná náprava, neboť na ní působí navíc ještě síla motoru. Po odtrhnutí klesne smykové tření (protože koeficient smykového tření v pohybu je menší než v klidu) a podle předchozích odstavců začne na auto působit moment síly, který ho buďto přetočí, nebo mu naopak zabrání zatočit.

Odpor auta při jízdě v dešti

K tomuto problému nám napsali svůj příspěvek Mgr.^{MM} Michal Růžek a Doc.^{MM} Tomáš Štec. Mgr.^{MM} Růžek předpokládal že kapky deště se chovají stejně jako částice vzduchu. Výsledná odporová síla je tedy součtem dvou výrazů pro newtonovský odpor prostředí (F_v je odpor vzduchu a F_p deště). Do F_v dosadíme rychlost automobilu v a hustotu vzduchu ρ_v redukovanou o to, co zabírají kapky.²² Ve výrazu pro F_p je parciální hustota vody ρ_p a součet rychlosti auta a svislé rychlosti padání kapek p . Z tohoto členu autor bere pouze vodorovnou složku (kapky do auta nenaráží zepředu, ale šikmo shora, takže vektory \mathbf{F}_v a

²² Pozn. red.: Autor bohužel nepíše žádné zdůvodnění, proč tuto redukci započítat (resp. nezapočítat), ovšem vzhledem k malému objemu dešťových kapek není započítání „normální“ hustoty vzduchu nijak velkou chybou.

F_p nemají stejný směr). Výsledný odpor je pak

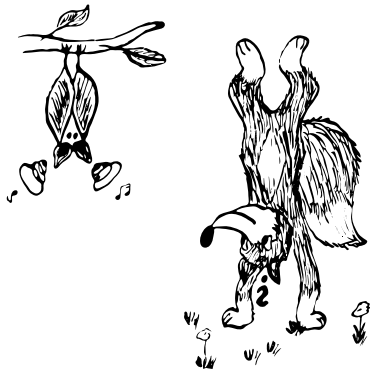
$$F_o = \frac{1}{2} CSv \left(\rho_p \sqrt{v^2 + p^2} + \rho_v v \right),$$

kde autor uvažuje, že hodnoty kolmého průřezu S a obtokového koeficientu C jsou přibližně stejné jak pro směr jízdy, tak pro směr dopadu kapek.

Doc.^{MM} Tomáš Štec uvažoval také druhý model, kde se počítá s hybností předanou kapkám při nárazu do auta. Tento model dá ve výsledku obdobnou závislost jako předchozí od Mgr.^{MM} Michala Růžka (diskuze konkrétních hodnot jednotlivých konstant je trochu složitější). Ani jeden z autorů bohužel nijak nezdůvodnil předpoklady, které použil, a nepokusil se ani o interpretaci získaných výsledků.

Další zjištění a náměty

Mgr.^{MM} Helča Kubátová našla v literatuře návod, jak bezpečně(?) opustit jezdící vozidlo. Myslíte, že je následující návod skutečně použitelný? Při jakých rychlostech? A co opouštění vozidla ve stylu akčních filmů – tedy seskočit a odkutálet se po zemi? Zkuste nám poslat svůj názor podložený výpočty a úvahami. Ale řešte tento problém čistě v teoretické rovině. Byli bychom rádi, aby nám zbyli ještě nějakí živí řešitelé. :-)



Zde je příspěvek od Mgr.^{MM} Kubátové. *Vyskočíme proti směru jízdy (tím se sníží rychlost dopadu), ve vzduchu se otočíme, dopadneme na zem ve směru pohybu vozidla a hned se rozběhneme (ono nás to spíš rozběhne samo :-), abychom nespadli na čumáček (proto se také musíme ve skoku otočit, jinak bychom ihned spadli na záda). Když se navíc při dopadu trochu zakloníme, snížíme tím nebezpečí pádu dopředu. (Přiznávám, že tenhle postup jsem čerpala z literatury a nemám s ním žádné praktické zkušenosti. Navíc mám pocit, že by vyžadoval pečlivý nácvik předem a asi bych si u toho záklonu při dopadu zlomila záda. . .)*

Závěrečná poznámka pro všechny – pokud píšete nějaké závěry na základě vlatního pozorování, výpočtů apod., tak tyto závěry náležitě zdůvodněte, aby bylo jasné, proč jsou správné. V případě, že informace, které píšete, čerpáte z literatury, uveďte to vysloveně nejlépe i s odkazem na příslušnou knihu, článek apod. Často se stává, že ve svém článku napíšete nějaké tvrzení, o kterém není vůbec jasné, odkud se vzalo. Skutečně není v silách redakce ověřovat správnost každého tvrzení v desítkách stran textu.

Marble

Téma 4 – Kolíčky

Mgr.^{MM} Helča Kubátová nám spolu s návrhem tématu poslala i některé experimentálně zjištěné skutečnosti. Na úvod tedy otiskujeme její pozorování.

Změny vzdálenosti čelistí prvního kolíčku jsou patrné v případě, že v řetězci je nejvýše 4–5 kolíčků. Při větším počtu jsou pozorovatelné už jen velmi těžko. Obecně se dá říct, že s přidáním každého sudého kolíčku (pozorovaný kolíček označíme číslem jedna) se vzdálenost čelistí prvního kolíčku oproti předchozí poloze o něco zvětší, s přidáním každého lichého kolíčku se naopak o něco zmenší. Lichý kolíček totiž trochu pootevře ten předcházející sudý, což umožní přivření předcházejícího lichého. To zas pootevře předchozí sudý a přivře lichý ještě před ním atd. Se sudými je to přesně obráceně. S postupným přidáváním dalších kolíčků se však vzdálenost čelistí prvního téměř ustálí v jakési „střední poloze“ a rozdíly již nejsou vidět.

Jako zatím jediné praktické využití mě napadá možnost upravit vzdálenost čelistí nějakého kolíčku na požadovanou velikost, např. chceme-li něco přikolíčkovat k silnější šňůře nebo se snažíme, aby na prádle nezůstaly tak silné otisky od kolíčků apod.

Řešení Prof.^{MM} Martina Demína

Povedzme, že β je maximální uhol otvorenia pri úplnom stlačení, α je okamžitý uhol otvorenia. Ďalej zanedbajme hrúbku plastu. Preto, keď prvý štipec stlačíme a „nastokneme“ na druhý a ten na tretí atd., uhol otvorenia prvého bude α , druhého $\beta - \alpha$ a tretieho znova α .²³ Takže každý nepárny bude otvorený o uhol α a párný o uhol $\beta - \alpha$ (pozri obr. 1). Teraz zanedbáme trenie, pružnosť atd. Budeme uvažovať silu F , ktorá zatvára prvý štipec. Predpokladáme, že sila, ktorá zatvára štipec, je lineárna v závislosti na uhle roztvorenia štipca α , teda $F = \alpha \cdot \Phi$, kde Φ je sila na stupeň. Každý nepárny štipec zatvára prvý štipec a každý párný ho otvára (preto budeme silu od nepárneho rátať ako $-F$):

$$F_{2n} = (\beta - \alpha)\Phi,$$

$$F_{2n+1} = \alpha\Phi.$$

Ak chceme dosiahnuť rovnovážnu polohu, sily, ktoré otvárajú, resp. zatvárajú štipce, sa musia rovnať. Problém si rozdelíme na dva prípady – počet štipcov je párný a nepárny.

Vždy musí platiť: $n_1 + n_2 = n$, čo je počet štipcov (n_1 je počet štipcov párných a n_2 je počet nepárných).

²³ Pozn. red.: To plyne z toho, že vzdálenost konců jednoho kolíčku je stejná jako vzdálenost čelistí toho, který jej „drží“. Navíc je nutné, aby kolíčky měly čelisti stejně dlouhé jako konce, za které se drží. V opačném případě tvrzení Prof.^{MM} Martina Demína neplatí. Jak bude potom záviset úhel otevření na počtu kolíčků?

Prípád pre párnny počet štipcov:

$$F_1 + F_3 + F_5 + \dots + F_{n_1} = F_2 + F_4 + F_6 + \dots + F_{n_2},$$

$$n_1\alpha\Phi = n_2(\beta - \alpha)\Phi.$$

Platí $n_1\alpha = n_2\beta - n_2\alpha$, a keďže $n_1 = n_2$, dostanem $2n_1\alpha = n_1\beta$. Preto

$$\alpha = \frac{\beta}{2}.$$

To znamená, že pre párnny počet je uhol otvorenia každého štipca polovica β .

Prípád pre nepárny počet štipcov:

Teraz platí $n_1 = n_2 + 1$ a vychádzam z:

$$n_1\alpha = n_2\beta - n_2\alpha,$$

$$(n_1 + n_2)\alpha = n_2\beta.$$

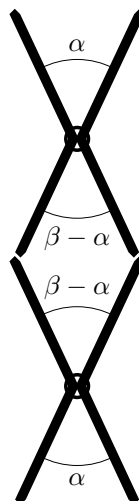
Potom platí:

$$\alpha = \frac{n_2\beta}{n_1 + n_2} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{\beta}{2}.$$

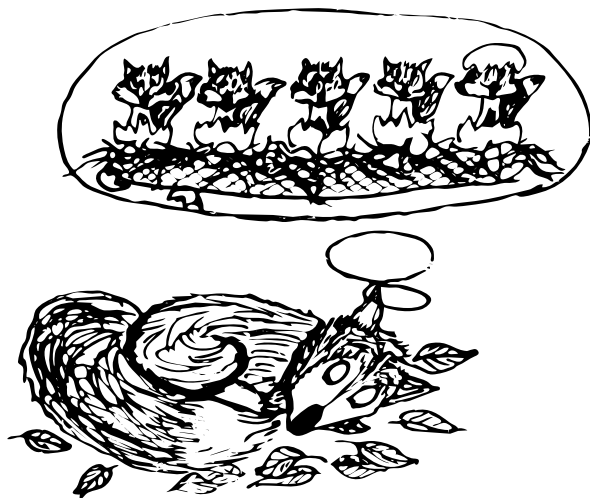
Takto som vypočítal uhol pri určitom počte štipcov. Taktiež by bolo pekné pozorovať, počítať a simulovať šírenie vlny v takejto sústave, avšak normálne štipce to nedovoľujú pre trenie a ďalšie straty energie.

Pozn. red.: Všimnite si, že podľa výsledku Prof.^{MM} Martina Demína bude úhel otvorení kolíčků vždy medzi nulou a $\beta/2$. Při krátké řadě se přidáním dalšího kolíčku podstatně změní, ale pro větší n se tento úhel blíží k $\beta/2$. Tento závěr se dobře shoduje i s pozorováním Mgr.^{MM} Helči Kubátové.

Marble & Martin Krsek



Obr. 1



Řešení úloh

Úloha 2.1 – Ponořování balónku (5b)

Zadání: *Obyčejný pouťový balónek, který je naplněn heliem, budeme ponořovat do vody. Určete, jak hluboko jej musíme ponořit, aby už nevyplul nahoru (metoda přivázání ke dnu apod. se nepočítá, musí se volně vznášet ve stejné hloubce nebo klesat dolů). Pokud provedete nějaká zanedbání, ukažte také, že příliš neovlivní reálnost výsledku.*

Řešení:

V hloubce h pod hladinou vody je větší tlak než na hladině, a sice

$$p = h\rho g + p_0, \quad (1)$$

kde ρ je hustota vody, g je tíhové zrychlení a p_0 je atmosférický tlak na hladině. Proto se balónek po ponoření smrskne z původního objemu V_0 na objem V . Aby se volně vznášel, musí mít stlačený balónek stejnou průměrnou hustotu jako voda, čili pro hmotnost balónku musí platit

$$M = V\rho. \quad (2)$$

Vyjádříme hloubku ze vztahu (1)

$$\frac{p - p_0}{\rho g} = h \quad (3)$$

a za tlak p dosadíme ze stavové rovnice ideálního plynu (předpokládáme, že pro helium platí dostatečně přesně). Dostaneme

$$\frac{nRT/V - p_0}{\rho g} = h. \quad (4)$$

Za objem V dosadíme z (2) a uvážíme, že $M = nm$, kde n je látkové množství a m je atomová hmotnost helia. Pak nám vyjde

$$h = \frac{RT}{mg} - \frac{p_0}{\rho g}. \quad (5)$$

Teď už stačí jenom dosadit přibližné hodnoty známých veličin, které uvádím s přesností na jednu platnou cifru: hustota vody $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, plynová konstanta $R = 8 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, teplota vody a helia $T = 300 \text{ K}$, tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m s}^{-2}$, atmosférický tlak $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, atomová hmotnost helia $m = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$. Po dosazení zjistíte, že balónek je nutno ponořit až do hloubky 60 km, jinými slovy, balónek naplněný heliem nelze nikde na Zemi ponořit do vody tak, aby se vznášel. Uvědomme si ještě některé zjednodušení, kterých jsme se dopustili. Stavová rovnice pro vysoké tlaky neplatí, ale to situaci jenom zhoršuje, tedy ve skutečnosti bychom museli balónek ponořit

ještě hlouběji. Dokonce pro tlaky z naší úlohy už neplatí ani van der Waalsova stavová rovnice (jenom pro ilustraci ta pro 1 mol plynu vypadá takto

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}, \quad (6)$$

kde pro helium $a = 0,0034 \text{ J m}^3 \text{ mol}^{-2}$ a $b = 2,35 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$). V našem případě je totiž stlačený objem V menší než b , a jelikož význam parametru b se často vysvětluje jako objem, který zabírají samotné atomy, vidíme, že máme problém.

Martin Mucha

Úloha 2.2 – Čísla (5b)

Zadání: *Kolik je různých deseticiferných čísel, pro která platí, že první cifra určuje počet jedniček v tomto čísle, druhá počet dvojek atd., až desátá počet nul?*

Řešení:

Nejprve si označme cifry našeho hledaného deseticiferného čísla jako a_1, \dots, a_{10} . Číslo a_i nám podle zadání říká, že cifra i se v čísle vyskytuje a_i -krát (resp. a_{10} říká, že cifra 0 je v čísle a_{10} -krát), proto součet $a_1 + \dots + a_{10}$ musí dát počet všech cifer v čísle, tedy 10.

Z předchozí rovnosti ukážeme, že alespoň jedna cifra v čísle je 0 (tj. ukážeme, že existuje i takové, že $a_i = 0$). Dokážeme to sporem. Nechť jsou všechny cifry nenulové. Pak z předchozího součtu nutně platí $a_1 = \dots = a_{10} = 1$. Takové číslo ale nevyhovuje zadání. Proto existuje nulová cifra, a víme tedy, že $a_{10} \neq 0$.

V čísle je tedy $10 - a_{10}$ nenulových cifer, z toho jich je $9 - a_{10}$ na pozicích 1–9. Počet nenulových čísel na pozicích 1–9 (tj. $9 - a_{10}$) určuje počet druhů nenulových cifer, která se v čísle vyskytují (protože nenulové číslo na pozici 3 nám říká, že cifra 3 se v čísle skutečně vyskytuje).

Protože počet druhů nenulových cifer ($9 - a_{10}$) je pouze o 1 menší než počet všech nenulových cifer ($10 - a_{10}$), musí se nutně jedna nenulová cifra v čísle vyskytovat právě dvakrát a ostatní nenulové cifry nejvýše jednou (tj. $a_1, \dots, a_9 \in \{0, 1, 2\}$).

To také znamená, že cifra 2 se v čísle vyskytuje právě jednou (tj. $a_2 = 1$). Kdyby se tato cifra vyskytovala na pozici 3–9, některá z cifer 3–9 by se musela v čísle vyskytovat právě dvakrát. To je ale spor s $a_1, \dots, a_9 \in \{0, 1, 2\}$. Proto se cifra 2 může vyskytovat pouze na první pozici v čísle (tj. $a_1 = 2$).

To také ovšem znamená, že se v čísle vyskytují právě dvě cifry 1. Jednička však nemůže být na desáté pozici, protože by pak číslo (2100000001) nesplňovalo zadání. Proto nám zbývá jediné umístění cifry 1 mimo desátou pozici, a tudíž umístění do čísla 6 nul. Číslo potom vypadá takto: 2100010006.

Uvedeným postupem jsme prokázali, že číslo 2100010006 je jediné, které vyhovuje zadání.

Ondra a Ziki

Úloha 2.3 – Žárovka (4b)

Zadání: Za jedné bouřky na začátku prázdnin se stalo, že v celé Praze najednou zhasla světla. V Praze je i kolej v Troji, takže matfyzákům nezbylo, než se zvednout od potměných počítačů a čekat. Na druhém břehu Vltavy se postupně rozsvěcely ulice a domy, dokonce i lampy vedle koleje začaly svítit, ale kolej byla stále bez proudu. Někteří prohlásili, že za to mohou spousty žárovek, které mají zapnutý vypínač, a že nejde nahodit jistič pro kolej. Napište nám, proč si to myslíte, a popište, jak se v takovém případě zapnuté žárovky chovají. Pokud přidáte k teoretickému řešení konkrétní údaje, budou patřičně ohodnoceny.

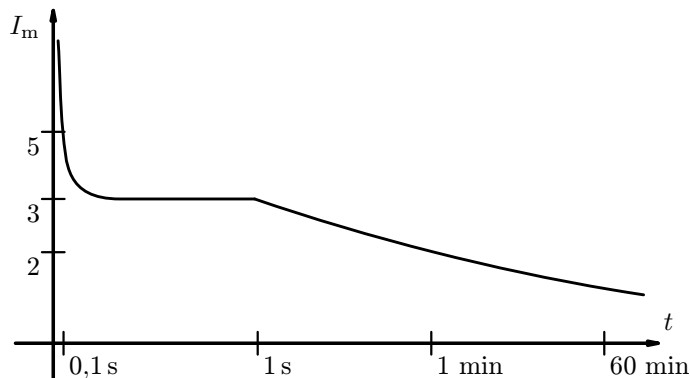


Řešení:

Na první pohled (i na ten druhý) se zdá, že nesnáze s jističem na kolejích způsobují žárovky. Je to určitě nepoččetnější elektrické zařízení na koleji, takže i malá změna se může výrazně projevit v globálu. Nejdříve je třeba si uvědomit, jak se bude chovat žárovka po vypnutí proudu. Bude samozřejmě pomalu chladnout, a tím tedy snižovat svůj elektrický odpor. Můžeme zde použít lineární závislost odporu na teplotě

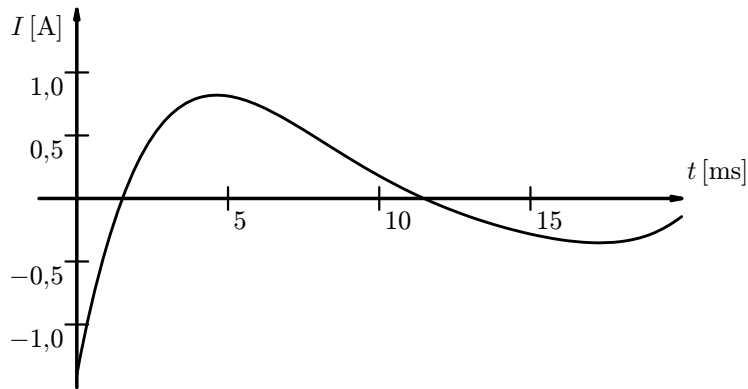
$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T),$$

kde $\Delta T = T - T_0$, R je odpor při teplotě T a R_0 odpor studeného vlákna o teplotě T_0 . Tato závislost sice pro dané rozdíly teplot (pracovní teplota žárovky je zhruba 3000 K) nebude úplně přesná, ale vztah budeme stejně používat spíše k odhadům.



Obr. 1 – doba vypnutí jističe v závislosti na velikosti nadproudu

Předpokládejme, že proud byl vypnutý dostatečně dlouhou dobu na to, aby se žárovka mohla dostat na teplotu blízkou T_0 , a tudíž měla odpor jen o málo větší než R_0 . Kdyby byly najednou nahozeny jističe, žárovky by skutečné měly



Obr. 2 – proud žárovkou po jejím rozsvícení

nárazově malý odpor a okamžitý proud těsně po nahození by určitě překračoval dovolený proud tekoucí jističem.

Pro žárovku (wolframové vlákno) je $\alpha = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Pokud bychom po několik milisekund zanedbali vyzařování žárovky oproti přijímání tepla, pak můžeme říct, že se veškeré Jouleovo teplo spotřebuje na zahřátí žárovky. Pro zjednodušení budeme předpokládat konstantní napětí. Pak platí

$$dU = P dt = \frac{U^2}{R_0(1 + \alpha\Delta T)} dt,$$

$$dU = C dT,$$

kde C je tepelná kapacita vlákna žárovky, dU , dT a dt si můžete představit jako malé změny vnitřní energie, teploty a času. Řešením této rovnice je pak závislost

$$1 + \alpha\Delta T = \sqrt{(1 - \alpha T_0)^2 + \frac{2\alpha U^2 t}{CR_0}},$$

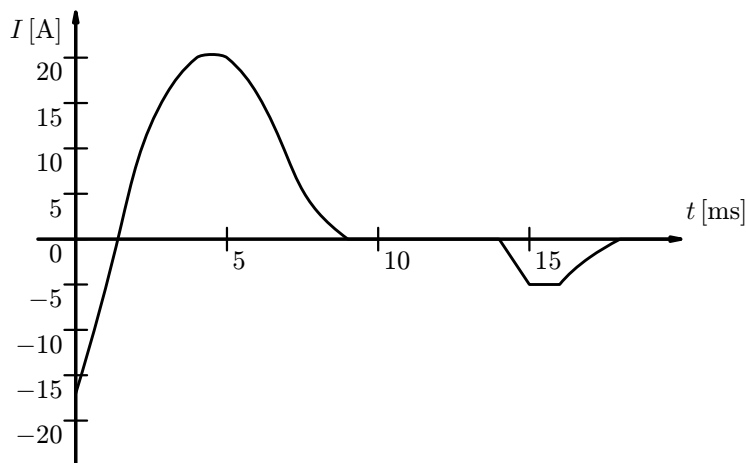
$$R = R_0 \sqrt{(1 - \alpha T_0)^2 + \frac{2\alpha U^2 t}{CR_0}},$$

$$I = \frac{U}{R_0} \left((1 - \alpha T_0)^2 + \frac{2\alpha U^2 t}{CR_0} \right)^{-1/2},$$

která tedy vyjadřuje rychlost nárůstu proudu těsně po zapnutí žárovky. Koefficient u času t si můžeme přepsat jako $k = 2P\alpha(1 + \alpha\Delta T)/C$, kde P je výkon žárovky za provozu. Je však potřeba nějakým způsobem odhadnout tepelnou kapacitu vlákna. Měrná tepelná kapacita wolframu je $150 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ a jeho hustota 19300 kg m^{-3} . Délka vlákna je řádově 10 cm. Průřez spočteme podle měrného odporu a nakonec vyjde přibližná hodnota koeficientu

$$k = 3 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}.$$

Vidíme tedy, že se vlákno zahřívá velmi rychle – po 1 ms jím teče už jen poloviční proud. Samotné žárovky tedy za vyhození jističe nemůžou. Problém je v tom, že k vyhození jističe nestačí, aby okamžitá hodnota proudu byla nad danou mezí. Tento „nadproud“ musí určitou dobu přetrvat. Závislost proudu potřebného k vyhození jističe na době trvání nadproudu (viz obr. 1) jsme získali z webových stránek výrobce jističů (www.bonega.cz).

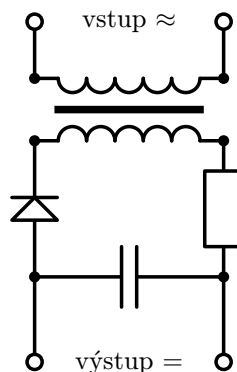


Obr. 3 – proud zdrojem po jeho zapnutí

Žárovka se po zapojení velmi rychle zahřeje a velikost procházejícího proudu se rychle sníží na únosnou mez. Za účelem ověření Marble provedl několik měření průběhu proudu při zapnutí 40 W žárovky (obr. 2). Na nich lze dobře vidět, že proud tekoucí žárovkou klesne během zhruba 0,01 s na hodnoty blízké běžnému proudu.

K vyhození jističe v takto krátkém čase by byl potřeba zhruba pětinašobek jeho mezní hodnoty proudu. Hlavní jistič v Tróji má $I_m = 320$ A a kdybychom počítali s cca 500 žárovkami, musel by proud procházet jednou žárovkou po dobu 0,01 s proud přibližně 3 A. Skutečná průměrná velikost proudu v žárovce (bereme průměr absolutních hodnot proudu) během 0,01 s po zapnutí je blízká 1 A, tj. ve skutečnosti mohly žárovky přispět nárazem asi 500 A.

Zatím jsme mlčky předpokládali, že na koleji budou hrát roli pouze žárovky. Musíme si však uvědomit, že mluvíme o Tróji, baště matfyzáků, kde si každý pořádný matfyzák přisvětluje pokoj ještě monitorem, neboli je třeba zauvažovat další spotřebiče, např. počítače.



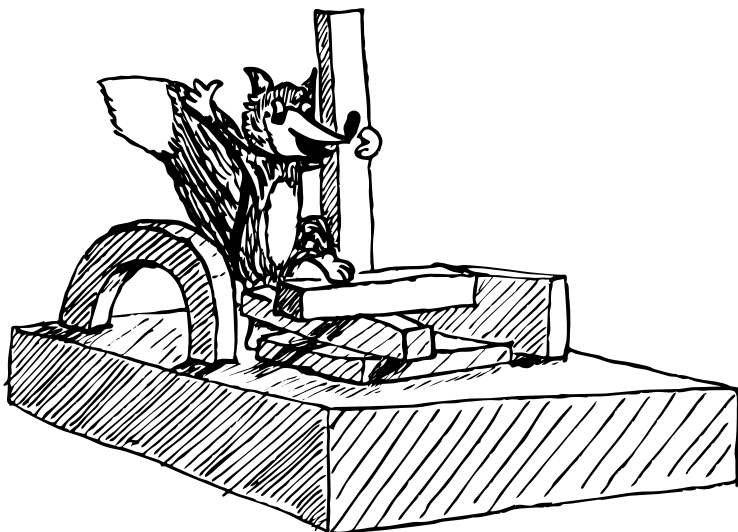
Obr. 4 – zapojení zdroje

Zdroj počítače bychom mohli zjednodušeně uvažovat dle obrázku 4. Při zapnutí počítače dochází k nabíjení kondenzátoru, což pro prázdný kondenzátor znamená, že se dosáhne velmi vysokých proudů po dobu delší, než je u žárovky. Marble provedl měření pro 200 W ATX zdroj počítače, výsledky jsou na obrázku 3.

Zdroj počítače vykazoval během prvních 0,01 s průměrnou velikost proudu 10 A. Když si uvědomíme, že na koleji žije přes 1000 obyvatel a hustota počítačů na km² je nebývalá, určitě není přehnané předpokládat, že 100 počítačů mohlo zrovna startovat, a tudíž vznikl náhle na 10 ms průměrný proud 1000 A. Společně s žárovkami už se tedy výsledný proud velmi těsně blíží k hranici $5I_m$.

Pokud bychom chtěli být opravdu hmidopiši, tak bychom rozhodně neměli zapomínat na ledničky na pokojích, na lidi uvízlé ve výtahu a další a další věci, ale to snad až někdy příště.

Charlie



Pořadí	Jméno	\sum_{-1}	Úlohy									\sum_0	\sum_1
			t1	t2	t3	t4	t5	r1	r2	r3			
40.–42.	Monika Martinisková	2										0	2
	Petra Guhlová	2										0	2
	Vendula Dvořáková	2										0	2
43.–48.	Mgr. ^M Zuzana Svobodová	29										0	1
	Mgr. ^M Jana Babováková	27										0	1
	Michal Rychnovský	5										0	1
	Jan Vrba	1										0	1
	Michal Kočař	1										0	1
	Zuzana Míčová	1										0	1

Sloupeček \sum_{-1} je součet všech bodů získaných v našem semináři, \sum_0 je součet bodů v aktuální sérii a \sum_1 součet všech bodů v tomto ročníku (tedy pro řešení první série musí být $\sum_0 = \sum_1$).

Tituly uvedené v předchozím textu slouží pouze pro účely .

Možná vás překvapilo, že se vaše body za předchozí ročníky uvedené v předchozím čísle poněkud liší od těch, které získáte nyní odečtením sloupce \sum_0 od sloupečku \sum_{-1} . Můžete být klidní, nejedná se o vaši neznalost počtů, to se nám pouze vloudila zákeřná permutace do bodování. Omlouváme se za všechny případné následky, jež toto naše pochybení přineslo do vašich životů.

vaše redakce

Adresa redakce:

M&M, OVVP, UK MFF
Ke Karlovu 3
121 16 Praha 2

Telefon: +420 221 911 235

E-mail: MaM@atrey.karlin.mff.cuni.cz

WWW: <http://mam.mff.cuni.cz>



Časopis M&M je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci Univerzity Karlovy, Matematicko-fyzikální fakulty a vydáván za podpory střeďočeské pobočky Jednoty českých matematiků a fyziků.