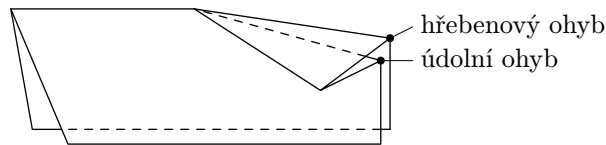


Termín príchodu posledných príspevků k témam: 8. června 2001

## Téma 1 – Papírové koberečky

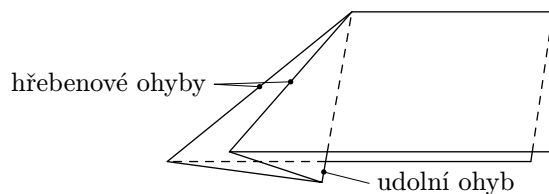
### Placaté skládačky

Prof. Jirka Klímeš

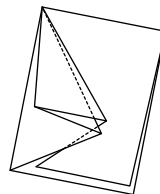


Obr. 1

Nejprve papír přehneme napůl. Vznikne nám jeden hřebenový ohyb. Na papíru zatím žádný vrchol nemáme. Jestliže nyní papír od středu přehneme, vznikne na jedné straně hřebenový a na druhé údolní ohyb. Dohromady máme již čtyři ohyby: tři hřebenové a jeden údolní (obr. 1). Jestliže hřebenový obrátíme v údolní, vzniknou kolem dva hřebenové (obr. 2). Opět vznikly 2 hřebenové a 1 údolní (který ovšem se pouze přeměnil z hřebenového). Takže opět vznikly tři hřebenové a jeden údolní. Toto je možné i bez přímé změny hřebenový → údolní na jiném místě, původní hřebenový ovšem potom zaniká (a vzniknou opět jinde dva hřebenové a jeden údolní).



Obr. 2



Obr. 3

No, snad je jasné, že vždy přibudou dva ohyby (nebo násobek dvou), hřebenový a údolní. Tedy počet ohybů je vždy sudý, a to hřebenových  $n$ , údolních  $n - 2$ ,  $n \geq 2$ <sup>1</sup>.

**Důkaz:** Uděláme kružnici se středem ve středu papíru (ten je rozložen), nyní si představíme, že po této čáře jdeme (papírek je složen). Vždy, když nás

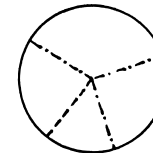
údolní/hřebenový ohyb donutí změnit směr následuje hřebenový/údolní vracející nás do původního směru. Začíná se na hřebenovém ohybu „bez podloží“ – je to ten poslední, který ohneme při narovnávání papíru (obr. 3). Jakkoliv je tento důkaz intuitivní, je myslím postačující.

*Komentár redakcie:*

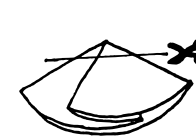
*Keďže sa redakcia zhodla, že dôkaz Prof. Jirku Klímeša je až príliš intuitívny, a možno nie až tak celkom úplný, v skratke uvádza ešte jeden:*

**Tvrdenie.:** Rozdiel medzi počtom hrebeňových a údolných skladov okolo vrcholu v plochej („placatej“) skladačke je vždy 2.

**Dôkaz:** Buď  $v$  vrchol, do ktorého vedie  $n$  skladov,  $h$  hrebeňových a  $ú$  údolných. Potom  $n = v + ú$ . Zložme podľa skladov zo vzoru plochú skladačku. Vrchol  $v$  sa stane rohom tejto skladačky. Ak odstrihneme vrchol  $v$ , vznikne diera mnohoúhelníkového tvaru (obr. 4, 5, 6). Ak ponecháme skladačku v poskladanom tvare, bude mnohoúhelník plochý, tzn. všetky jeho vnútorné uhly budú mať veľkosť buď  $0^\circ$  alebo  $360^\circ$ .



Obr. 4



Obr. 5



Obr. 6

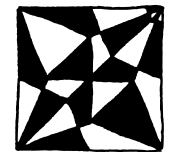
Vieme, že  $n$  je počet skladov, teda i počet vrcholov (a tiež počet strán) nášho mnohoúhelníka. Spomenieme si, že súčet vnútorných uhlov mnohoúhelníka o  $n$  stranách je  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ . Každý hrebeňový sklad prispieje do tohto súčtu uhlom  $0^\circ$ , každý údolný sklad prispieje  $360^\circ$ . Ďalej platí  $n = h + ú$ . Takže  $0 \cdot h + 360 \cdot ú = (h + ú - 2) \cdot 180$ . Z čoho dostávame  $h - ú = 2$ . Ak by sme sa na skladačku pozerali zospodu, dostali by sme rozdiel rovný  $-2$  (pretože sa vymenia hrebeňové a údolné sklady).

**Dôsledok:** Stupeň vrcholu v plochej skladačke musí byť párny (sudý).

**Dôkaz:** Buď  $n$  stupeň vrcholu. Potom  $n = h + ú = h - ú + 2ú = 2 \cdot (ú + (-1))$ , čo je párne číslo.

*Nové námety k téme 1:*

Opäť majme „placatú“ skladačku, avšak tentokrát bez obmedzenia počtu vrcholov na nej.<sup>2</sup> Keď skladačku rozprestrieme, ohyby rozdeľujú skladačiaci vzor na dieliky. Akým najmenším možným počtom farieb je možné ofarbiť túto skladačku tak, aby každý dielik mal jednu farbu a žiadne 2, ktoré spolu susedia hranou, nemali rovnakú farbu? Napr. skladačku na obr. 7 je možné ofarbiť dvoma farbami.



Obr. 7

Marianna

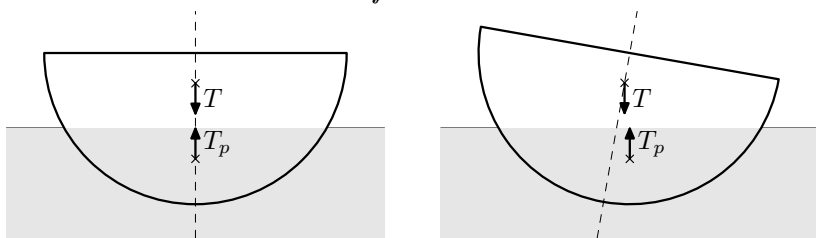
<sup>2</sup> Takže sklady sa môžu na viacerých miestach pretínať, jediná podmienka je, že keď skladačku zavrieme do knihy, nevznikne žiaden nový ohyb – bude „placatá“.

<sup>1</sup> Pozn. red.: alebo naopak, ak obrátíme papier

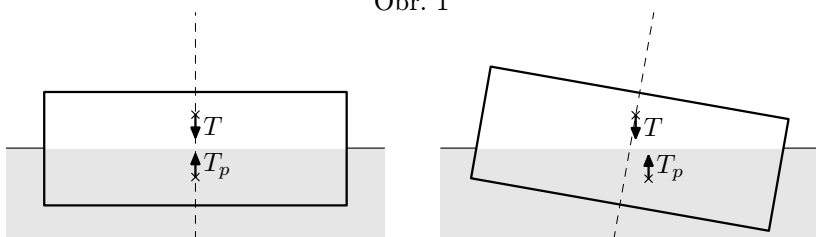
## Téma 2 – Z vodní říše

### Jak dosáhnout stability

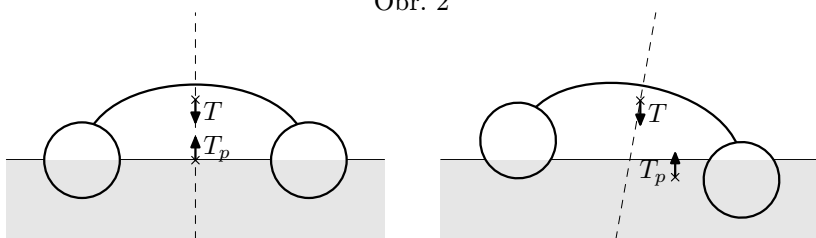
Prof. Jirka Klimeš



Obr. 1



Obr. 2

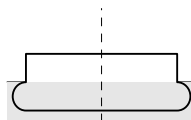


Obr. 3

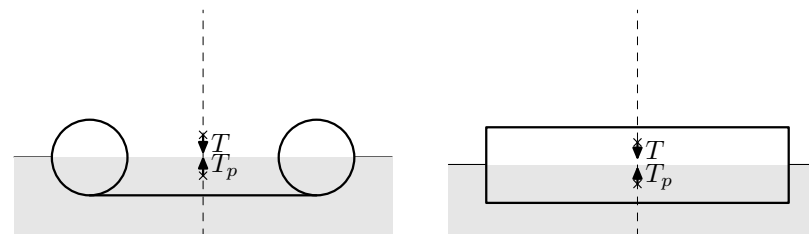
Otázku, jak dosáhnout stability, si položí asi každý loďař, pakliže nechce skončit ve vodě (hlavně ten rybář na pramičce v čísle 6 z příspěvku *Dr. Tibora Vansy*).

Více, než v nízké poloze těžiště tkví řešení ve velkém posunu těžiště ponořené části od klidového stavu. Jestliže se loď byť i o málo nakloní, dojde u dobře postavené lodi k velkému nárůstu momentu vyrovnávací síly:

- loď s kulatým dnem (obr. 1):  
Zde je vidět, že rameno stabilizující síly je malé.
- loď s plochým dnem<sup>3</sup>(obr. 2):  
Rameno je mnohem větší.
- katamaran(obr. 3):  
Takto velké rameno zajišťuje vysokou stabilitu.



Obr. 4



Obr. 5

Obr. 6

V praxi není vždy možné stavět katamaran, např. u válečných lodí má trup tvar podobný tvaru na obr. 4, zajišťující dobrou stabilitu i při výstřelech. Trup podobný katamaranu má i raft (obr. 5), stabilní trup má vor (obr. 6).

**Návrh na experiment:** Vemte lavór, mísu, či podobný tvar (obecně vodostálou pikslu), nechte tento předmět kmitat a změřte periodu kmitů (zaměřte se na kmity z boku na bok). Nyní můžete přidat zátěž, změřit kmity a zátěž postupně zvedat ode dna, přičemž po každém zdvihnutí opět proměřte kmity. Výsledky rozumně zpracujte, případné změny těžiště okomentujte.

Bzučo

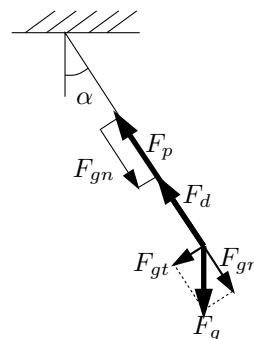
## Téma 3 – Kyvadlo

### Síly působící na kyvadlo.

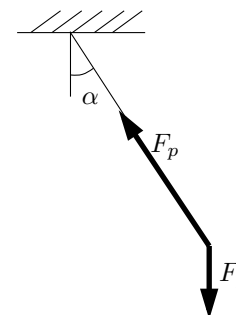
Prof. Jirka Klimeš

#### Kyvadlo držené (prstem) ve vychýlené poloze:

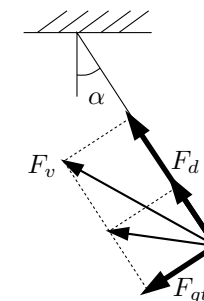
Sílu gravitační  $F_g$  rozložíme na  $F_{gn}$  a  $F_{gt}$ . Síla  $F_{gn}$  má opačný směr jako síla tahová provázku  $F_p$  a stejnou velikost (odečtou se, obr. 1). Síla  $F_{gt}$  je kompensována prstem, jestliže ho dáme pryč, dá se kyvadlo do pohybu.  $F_{gt}$  je pak výslednice.



Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3

<sup>3</sup> Pozn. red.: a malou hloubkou ponoru

**Kyvadlo v pohybu:**

Opět působí jenom síla provázku a gravitační síla (obr. 2). Když odečteme  $F_p$  a  $F_{gn}$ , dostaneme  $F_d$  – dostředivou sílu. Pak zbývá ještě  $F_{gt}$  (obr. 3). Platí vztahy:

$$F_d = \frac{mv^2}{l}; \quad F_{gt} = mg \sin \alpha. \quad (1)$$

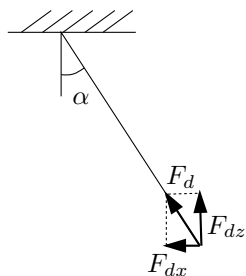
Tyto síly rozložíme na jejich  $x$ -ové a  $z$ -ové složky (kyvadlo necháme kývat v rovině  $xz$ ,  $y$ -ové složky budou rovny nule, viz obr. 4 a 5). Pro jejich velikosti platí:

$$F_{d_x} = \frac{mv^2}{l} \sin \alpha; \quad F_{d_z} = \frac{mv^2}{l} \cos \alpha; \quad (2)$$

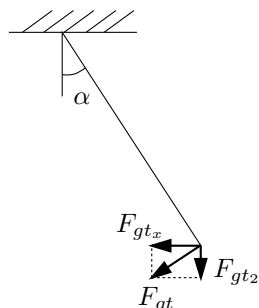
$$F_{gt_x} = mg \sin \alpha \cos \alpha; \quad F_{gt_z} = mg \sin^2 \alpha. \quad (3)$$

Vektor výsledné síly  $F_v$  pak bude vypadat takto:

$$F_v = (mg \sin \alpha \cos \alpha + \frac{mv^2}{l} \sin \alpha, 0, \frac{mv^2}{l} \cos \alpha - mg \sin^2 \alpha). \quad (4)$$



Obr. 4



Obr. 5

Vydělením hmotností  $m$  zjistíme zrychlení, z něho změnu rychlosti, dráhy, úhlu.

*Martin Mucha*

**Téma 5 – Kolo kolo mlýnský****Vodní kolo**

*Prof. Jirka Klimeš*

Vysvětlivky k tabulce v předchozím čísle [1]

- $m$  hmotnost závaží + hmotnost závěsu (provázku)
- $t$  průměrný čas, který potřebovalo závaží, aby přešlo dráhu 0,75 m (od hladiny k větvi)
- $v_{\uparrow}$  0,75/ $t$  – rychlost, kterou závaží stoupalo (průměrná a přibližná)

- $v_{obv}$  rychlost obvodu kola (pro porovnání s rychlostí proudu)
- $v_{stř}$  rychlost vprostřed lopatky (celkem nepotřebná)
- $F_m$  gravitační síla působící na závaží (resp. na  $m$ )
- $F_t$  přibližný souhrn třecích sil na větvi, v kolících atd.
- $F_{m+tv}$  průměrný výkon spotřebovaný na  $m$  a třecí síly,  $v$  je počítána jako  $v_{\uparrow}$

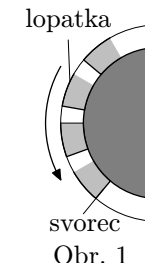
$\eta = F_{m+tv} \cdot v / P_{vody}$  účinnost tedy počítám jako výkon mlýnku lomeno energie prošlá účinnou plochou lopatek za jednotku času.

$m$  provázku připočítává se k  $m$ , hlavní hmota je v kovovém závěsu

- účinná šíře lopatek je opravdu 9 cm (bylo uvedeno 3,5 cm)
- výkon je uveden ve W (N m/s), síly jsou uvedeny v N, rychlosti jsou uvedeny v cm/s (asi pro nepřehlednost, protože počítám dále v m/s).

**Pokročilejší vodní kola**

U reálnějších vodních kol opatřených korečky kolo odebere vodě alespoň  $3/4$  její  $E_p$ . Vycházím přitom z toho, že lopatky zabírají  $1/3$  obvodu (pro jednoduchost uvažujme, že jsou s obvodem rovnoběžné) a v každém korečku je tolik vody, kolik se tam vejde při vodorovné poloze (obr. 1). Voda se tehdy nevytláče hned po vodorovné hladině, ale níž. Vzorec se od vzorce uvedeného v [2] (vedle obr. 2) příliš neliší.



Obr. 1

$$\eta_{horní} = 1 - \frac{\frac{1}{2}R^2\omega^2 + \frac{1}{2}Rg}{\frac{1}{2}mv_0^2 + 2Rg} = 1 - \frac{R\omega^2 + g}{4R\omega^2 + 4g} = 75\%, \quad (1)$$

jestliže uvažujeme, že platí  $v_0 = 2\omega R$ .

U kola na střední vodu bude postup obdobný, odebere vodě přibližně  $E_p/2$ . Trochu jsem zde zohlednil nižší účinnost přenosu  $E_k$  koeficientem  $2/3$  (přítomnost lopatek atd.).

$$\eta_{střední} = \frac{\frac{1}{3}mv_0^2 + \frac{1}{2}mRg}{\frac{1}{2}mv_0^2 + mRg} = \frac{2v_0^2 + 3Rg}{3v_0^2 + 6Rg}, \quad (2)$$

při  $v_0 \rightarrow 0$  (voda se na lopatky nalévá) je tedy  $\eta \rightarrow \frac{1}{2}$ .

<sup>4</sup> Pozn. red.: Autor predpokladá, že pri tejto podmienke dosiahneme najväčšiu účinnosť, avšak odvoláva sa na literatúru a svoje tvrdenie nezdôvodňuje. Redakcia sa s jeho závermi nestotožňuje.

Poznámka k článkům *Dr. Tibora Vansy* [2]:

**ad. bod 3:** Svorec by měl být kolmý na dopadající vodu, aby se využilo co nejvíce  $E_k$  a lopatka by měla být s proudem vody rovnoběžná, aby se voda co nejméně rozstříkovala kolem.

**ad. bod 4:** Zde by bylo pár problémů:

- 1) pružiny mají účinnost menší než 1 (energie přijatá na stlačení je větší než energie vydaná při roztahování),
- 2) lopatky nemají zrovna ideální tvar a navíc by v pístech držely, mazání (olej) by jistě „prospělo“ místnímu ekosystému,
- 3) voda by se dole stlačovala, následně roztahovala, myslím, že by docházelo k velkým energetickým ztrátám způsobeným vírovým prouděním vody,
- 4) tření o dno, ohyb desek o dno by znamenal další ztráty,
- 5) bylo by asi lepší udělat kolo, které by bylo ve žlabu hodně ponořeno (namísto deformace lopatek (obr. 7, [2]) by se prohnulo dno a lopatky by byly pořád stejně dlouhé), aby vzalo vodě velkou část kinetické energie,
- 6) jak již bylo řečeno, není kolo jako kolo, na  $\eta$  mohou mít vliv i jiné postupy při výpočtech – např. započítání rozvodů kol, tedy i tření v nich.

*Bzučo*

## Literatura:

- [1] *Doc. Jirka Klímeš*, Experimenty se spodním náhonem, str. 5–6, *MĚM* 7/VII  
 [2] *Dr. Tibor Vansa*, Teorie spodního a horního náhonu, str. 17–19, *MĚM* 6/VII

## Téma 6 – Láhev a mince

## Láhev a mince

*Mgr. Peter Bališ*

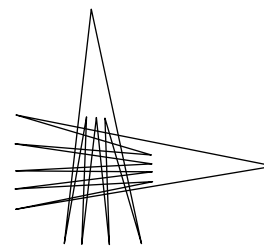
Flaša je studená, aj vzduch vo fľaši. Prikryjeme ju nejakým peniazom, je na to dobrá jednoručníka alebo 20-haliernik. Ak ju nasliníme, vzduch sa uzavrie vo fľaši, sliny tvoria „tesnenie“. Naše telo má teplotu 36 °C. Keď uchopíme fľašu, pomaly odovzdávame teplo z rúk do fľaše. Vo fľaši je určité množstvo plynu, pred aj po zohriatí rovnaké, a preto môžeme použiť rovnicu  $\frac{pV}{T} = \text{konšt.}$  Rukami sme teplotu zvýšili, čiže stúpol tlak vzduchu vo fľaši, teda stúpala aj sila pôsobiaca na mincu  $F = pS$ , kde  $S$  je plocha mince. Keď je  $F > F_g$  (gravitačná sila), tak plyn spôsobí zdvihnutie. Určité množstvo unikne, a tak sa zmenší sila  $F$  pôsobiaca na mincu, a tá sa zaklapne. Dej sa opakuje, kým dokážeme rukami zohriať plyn, aby tlačil silnejšie ako gravitačná sila. Ak to robíme so suchým hrdlom, nie je to pozorovateľné, lebo pomedzi škárky uniká plyn.

*Martin Mucha*

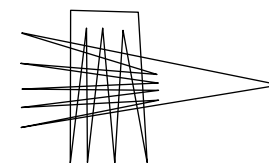
## Téma 7 – Mnohoúhelníky

Dle zadání označme  $p(m, n)$  jako maximální počet průsečíků  $m$ -úhelníku a  $n$ -úhelníku (a to libovolných, tedy i nekonvexních). Nejprve bych chtěl upozornit, že nakreslení dvou mnohoúhelníků tak, aby se šikově protínaly, není celým řešením. Jeden konkrétní obrázek 7- a 9-úhelníku musíme brát jako návod na nakreslení  $m$ - a  $n$ -úhelníků pro libovolná  $m$  a  $n$ . Navíc tento návod nemusí být nutně celým řešením. Ukazuje nám pouze jednu nerovnost – spodní odhad  $p(m, n)$ : např. to, že nakreslím 2 trojúhelníky, které se protínají ve dvou bodech znamená, že  $p(3, 3) \geq 2$ , ale neznamená to nutně  $p(3, 3) = 2$  (protože všichni jistě víme, že  $p(3, 3) = 6$ ).

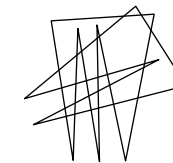
- 1) **Horní odhad**  $p(m, n)$  Tuto jednoduchou úvahu provedl pouze *Mgr. Jozef Tinaj*: Každá hrana  $m$ -úhelníku může protnout každou hranu  $n$ -úhelníku nejvýše jednou (2 nedegenerované úsečky mohou mít nejvýše jeden průsečík). Tedy  $p(m, n) \leq m \cdot n$ .  
Tento zdánlivě jednoduchý fakt využijeme v příští úvaze.
- 2) **Pro  $m, n$  sudá je**  $p(m, n) = m \cdot n$   
Nakreslíme-li mnohoúhelníky jako „hřebeny“ (viz obr. 1), dostaneme  $m \cdot n$  průsečíků. Získáváme tak nerovnost  $p(m, n) \geq m \cdot n$ . Společně s nerovností z bodu 1 dostáváme tedy rovnost  $p(m, n) = m \cdot n$ .
- 3) **Pro  $m$  sudé,  $n$  liché je**  $p(m, n) \geq m \cdot (n - 1)$   
Nakreslíme-li sudoúhelník jako hřeben z bodu 2 a lichoúhelník jako „hřeben s hřbetem“ (viz obr. 2), dostaneme  $m \cdot (n - 1)$  průsečíků, které jsou tvořeny pouze „zuby hřebenu“ – tj. protože hřbet hřebene lichoúhelníku není zubem hřebene, platí  $p(m, n) = p(m, n - 1) = m \cdot (n - 1)$  dle bodu 2. Získáváme tak pouze nerovnost  $p(m, n) \geq m \cdot (n - 1)$ .  
Tato nerovnost se stává rovností pro  $n = 3$  (viz níže bod 5). Opačná nerovnost (a tedy i rovnost) nebyla pro  $n > 3$  nikým dosud dokázána. Nicméně, existují lepší horní odhady než  $p(m, n) \leq m \cdot n$



Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3

- 4) **Pro  $m, n$  lichá je**  $p(m, n) \geq (m - 1) \cdot (n - 1) + 2$

Nakreslíme-li mnohoúhelníky jako hřebeny s hřbetem, které navíc šikově protneme (viz obr. 3), dostaneme  $(m - 1) \cdot (n - 1) + 2$  průsečíků – tj. protože z hřebenu využíváme zuby na průsečíky dle

bodů 2, máme  $p(m-1, n-1) = (m-1) \cdot (n-1)$  průsečíků a navíc se každý hřbet hřebene protne s jedním zubem a druhým hřbetem, celkem tedy dostáváme  $p(m, n) = p(m-1, n-1) + 2 = (m-1) \cdot (n-1) + 2$  průsečíků. Opět tak získáváme pouze nerovnost  $p(m, n) \geq (m-1) \cdot (n-1) + 2$ .

Tato nerovnost se stává rovností pro  $m = 3$  nebo  $n = 3$  (viz níže bod 5). Opačná nerovnost (a tedy i rovnost) nebyla pro  $m > 3$  a  $n > 3$  nikým dosud dokázána.

5)  $p(3, n) = 2n$

Horní odhad  $p(3, n)$  získáme následující úvahou: každá hrana  $n$ -úhelníku může protnout nejvýše 2 hrany trojúhelníku (protínání mnohoúhelníků ve vrcholech nebereme v úvahu), tedy  $p(3, n) \leq 2n$ .

Dolní odhad dostáváme z bodu 3 a 4 – zvláště pro  $n$  sudá a pro  $n$  lichá. Pro  $n$  sudá dostáváme  $p(3, n) \geq n \cdot (3-1) = 2n$  dle bodu 3. Pro  $n$  lichá dostáváme  $p(3, n) \geq (3-1) \cdot (n-1) + 2 = 2(n-1) + 2 = 2n$  dle bodu 4. V obou případech tedy dostáváme  $p(3, n) \geq 2n$ , což nám společně s horním odhadem dává rovnost  $p(3, n) = 2n$ .

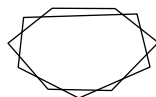
6)  $p(5, 5) \geq 18$  a  $p(5, 5) \leq 25$

Dle bodu 4 dostáváme  $p(5, 5) \geq (5-1) \cdot (5-1) + 2 = 18$  a dle bodu 1 dostáváme druhou nerovnost  $p(5, 5) \leq 5 \cdot 5 = 25$ . Na to, zda skutečně platí rovnost  $p(5, 5) = 18$ , jak bychom všichni asi předpokládali (protože nás motivoval případ v bodě 5), si budeme muset počkat do příštího čísla. Můžete se buď pokusit dokázat rovnost v tomto jednom speciálním případě, nebo se můžete pokusit dokázat nevyřešenou nerovnost z bodu 4.

### 7) Odhady pro konvexní mnohoúhelníky

Označme  $p_K(m, n)$  největší možný počet průsečíků dvou konvexních mnohoúhelníků. Následující jednoduchou úvahou provedl pouze *Doc. Jura Tománek*: každá úsečka  $n$ -úhelníku může protnout nejvýše 2 hrany  $m$ -úhelníku (díky konvexnosti  $m$ -úhelníku). Tedy  $p_K(m, n) \leq 2n$  a když prohodíme role  $m$ - a  $n$ -úhelníků dostaneme i nerovnost  $p_K(m, n) \leq 2m$ . Dohromady tedy máme nerovnost  $p_K(m, n) \leq 2 \cdot \min(m, n)$ .

Příklad nakreslení na obr. 4 nám ukazuje opačnou nerovnost  $p_K(m, n) \geq 2 \cdot \min(m, n)$ . Společně s nerovností první pak máme  $p_K(m, n) = 2 \cdot \min(m, n)$ .



Obr. 4

Otevřené problémy pro příští číslo:

- $p(5, 5) \leq 18$ ,
- $p(n, n) = ?$ ,
- Pro  $m$  sudé,  $n > 3$  liché je  $p(m, n) \leq m \cdot (n-1)$ ,
- Pro  $m > 3$ ,  $n > 3$  lichá je  $p(m, n) \leq (m-1) \cdot (n-1) + 2$ .

## Téma 8 – Pyramidy a energie

☞ Příspěvků na toto téma přišlo bohužel jen několik, avšak, k naší radosti, velmi vydatných. V nich jste se zabývali vším, co mělo nějakou spojitost s pyramidami a dobou, ve které vznikly.

☞ Nejprve před námi vyvstává jedna velice podstatná otázka: Jak a proč se pyramidy stavěly?



Ankh<sup>5</sup>

### Jak vznikly pyramidy

*Dr. Blanka Balázová*

Abychom zjistili, proč se pyramidy stavěly, musíme trochu pátrat v historii starého Egyptu.

Součástí egyptského náboženství bylo uctívání předků. Egypťané věřili, že smrt znamená přechod lidské bytosti do jiného světa. Aby starý Egypťan mohl po smrti žít jako duch, musely být splněny dvě podmínky:

- 1) tělo muselo zůstat neporušeno,
- 2) jeho duch (duševní dvojník „ka“) musel dostat od živých náležitou výbavu pro onen svět, zejména potraviny, nápoje, zbraně, nábytek a další nejrůznější věci.

Mrtvý si pak na onom světě žil přiměřeně svému majetku a odměnou za přinášené oběti ochraňoval své potomky.

Snaha zachovat mrtvému věčný život se projevila především ve způsobu pohřbívání. V nejstarších dobách zabalovali jeho tělo do kůže, rohoží nebo tkanin, později tělo ukládali do dřevěných rakví, které vkládali do kamenných sarkofágů. Nad hrob s výbavou stavěli nejdříve cihlové, pak kamenné náhrobky, které měly chránit tělo a výbavu při věčném odpočinku. Bohatí si mohli dopřát lepšího zabezpečení své mrtvolky a dokonce zvláštní místnosti pro úschovu výbavy, chudí se museli spokojit s jámou v písku a nanejvýš s nějakou skříňkou s milodarem.



Sfinga<sup>6</sup>

Ze snahy o zachování těla mrtvého se vyvinulo mumifikování mrtvých. Podle majetnosti si mohli pozůstalí vybrat ze tří cenových kategorií. Nejlevnější způsob balzamování vypadal asi takto: do střev mrtvého se vleje ředkivý olej, na sedmdesát dní se tělo naloží do sodného louhu, a pak už se tělo odevzdává příbuzným, aby si ho odnesli.

Ze snahy zabezpečit mumifikované tělo před poškozením a výbavu před vyloupením se vyvinuly zvláštní typy hrobů. Původně vyzděné nebo kameny obložené hroby v písčité jámě se časem změnilly na tzv. mastaby. Nejstarší mastaby se skládaly ze dvou částí – povrchové a podzemní.

<sup>5</sup> staroegyptský symbol života

<sup>6</sup> Sfinga byla kamenná socha, napůl člověk, napůl lev, která měla chránit klidný spánek mrtvých faraonů.

Faraón<sup>7</sup>

V podzemí byla pohřební komora s rakví mrtvého a komora pro pohřební výbavu, nadzemní byla z cihel a tvořila pevný kryt. Čím byl Egyptan vznešenější a bohatší, tím větší a cennější byla i jeho výbava. Místnost pro dary se postupně vyvinula v chrám či kapli. Prvenství měli samozřejmě panovníci, kteří byli pokládáni za bohy. Jejich velké mastaby se postupně vyvinuly v pyramidy. Bylo totiž třeba ochránit tělo, klenoty a drahocenné nádoby před lupiči.

☞ *Nyní, když už víme, proč a jak pyramidy vůbec vznikly, bychom si mohli odpovědět, jak to s tím Orionem vůbec je. Podívejme se, co si o tom myslí Mgr. Dana Beránková.*

## Pyramidy a Orion

*Mgr. Dana Beránková*

Je pravda, že Egyptané byli zdatní jak v matematice, tak v astronomii. Otázka je, jak postavili pyramidy do tvaru souhvězdí Orionu i v různých časových odstupech?

Stoprocentní pravdu se asi nikdy nedozvíme, ale dá se předpokládat, že první, co astronomové na obloze upoutalo byly právě ty tři hvězdy vedle sebe (pás Orionu).

Teprve pak (s rozvojem astronomie) začali zkoumat i ostatní hvězdy a spojili si je do souhvězdí Orionu. Plánů oblohy bylo jistě mnoho a faraóni se o astronomii také velice zajímali.

Jelikož uctívali své bohy, kteří byli na nebi (a faraóni se tam také chtěli dostat), napadlo je, aby si své hrobky postavili právě podle hvězd na obloze a tím si zvýšili své šance, že se snadno dostanou k ostatním bohům do nebe.

A tak tedy, jak postupně vládli různí faraóni (přesněji jak postupně umírali), stavěli se postupně hrobky podle tohoto souhvězdí. (Samozřejmě, že existovali výjimky, kteří si mysleli, že takové připodobnění nepotřebují, a že se do nebe dostanou i bez toho. Z toho vyplývá i stoletý věkový rozdíl pyramid v „suhvězdí Orionu“.)

Nil byl pro Egyptany nejvíce uctívaným živlem („symbolem života“), a proto není divu, že mu přisoudili podobenství s Mléčnou dráhou.

☞ *Dále autorka ve zkratce uvádí několik zajímavostí a záhad z té doby.*

## Tajemný Egypt

Egyptané kreslili v temných chodbách obrazy a ornamenty. Ta místa s kresbami jsou hluboko uvnitř hrobek, kam je těžké se vůbec dostat a nemohou tam

pronikat sluneční paprsky. Pokusy ukázaly, že ani pomocí složité soustavy speciálních zrcadel se nepodařilo donést na tato místa světlo. Na zdech se nenašly žádné stopy sazí a dýmu, z čehož vyplývá, že louče ani olejová světla nepoužili. Čím si tedy tito malíři svítili? Někteří vědci se domnívají, že používali nějakou čistší formu energie (možná elektrickou...). Jak jinak to vysvětlit?

☞ *Jak byste to vysvětlili vy?*

## Faraón

Slovo faraón pochází z egyptského slova fir-o, doloženého z Bible. Znamená „velký dům“, „palác“. Říkalo se tak královskému obydlí a později samotnému králi.

## Egyptské písmo

Egyptané své písmo označovali Medu netcher, „řeč bohů“. Slovo hieroglyf je z řečtiny a začalo se používat mnohem později (hieroglyf = „posvátné písmo“).

## Za co ještě vdčíme Egyptanům?

Víte, že egyptský kalendář začali o několik století později používat Řekové, od Řeků ho převzali Římané, pak středověcí vědci a nakonec my!?

## Byli egyptané hloupí nebo věřící?

Egyptané začali používat koně až kolem roku 1600 př.n.l. Do té doby nevyužívali k jízdě žádné zvíře. Oslí pomáhali rolníkům – nosili koše a nádoby s vodou. Ačkoliv byl osel tolik užitečný, neměl dobrou pověst a lidé se báli na něm jezdit.

Podle legendy byl příbuzný boha Sutecha (bůh pouště a bouře, s výraznými válečnickými rysy) a proto Egyptané z opatrnosti nikdy nesedali na jeho záda.

☞ *Dále jste často upozorňovali na častý výskyt nejrůznějších konstant ukrytých v rozměrech pyramid. Tento fakt je asi nejlépe komentovaný následujícím úryvkem z knihy Johan Richter: *Pyramidy bez záhad I*, který mám opět od výše citované autorky.*

## Záhada pyramid

Při číselné analýze pyramid je možné odhalit mnoho překvapivých závislostí. Proč však chtěli (Egyptané) pomocí číselných kódů, a nikoliv jinou formou, odevzdat informace o stavu poznání budoucím generacím? Možná proto, že právě matematika je nejuniverzálnější formou odkazu myslících bytostí.

☞ *A nakonec bych zde rád uvedl jeden pozoruhodný patent, který se našeho tématu velice úzce dotýká. Jeho autorem je Čech Karel Drbal. Blíže o něm opět Dr. Blanka Balážová.*

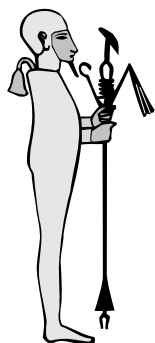


Bůh Nechet

<sup>7</sup> Vzácná posmrtná maska, která se dávala na hlavu mrtvým faraonům.

## Energie všehomíra

Dr. Blanka Balázová



Buh Ptah

... (Karel Drbal) vytvořil teorii o nabití rezonanční dutiny malého modelu pyramidy kosmickými mikrovlnami (pocházejícími hlavně ze Slunce) soustředěním magnetického pole Země. Zjistil, že tímto způsobem je technicky možné dodávat energii do pyramidy.

Způsob použití je vysvětlen v následující pracovní definici:

„V prostoru uzavřeném tímto tvarem začne automaticky regenerační proces vyvolaný pouze uvedenou dutinou (to znamená, že excitace této dutiny je vytvořena jenom okolním kosmickým a zemským polem, např. elektrickými, magnetickými, elektromagnetickými, gravitačními a částicovými poli a energiemi, eventuálně i dalšími, které ještě nebyly definovány), proces, který působí na žiletkové ostří.“

Ten ovlivňuje ostří žiletky tak, že vede ke snížení množství vnitřních poruch (dislokace vytvořené v procesu holení) v mřížce mikrokrytalické struktury ostří (musí se jednat o ocel nejlepší kvality) a způsobí jako výsledek regeneraci jemné krystalové struktury materiálu ostří – regeneraci, která vede k obnově mechanických a fyzikálních vlastností ostří žiletky a odstraňuje únavu materiálu vyvolanou holením. K tomu všemu dojde pouze tehdy, jsou-li poruchy krystalové mřížky elastického typu a nikoliv trvalého charakteru (tzn. mechanické poškození hrany).“

Pyramida přispívá jen k urychlení návratu pružné deformace, což je skutečné tajemství působení pyramidové rezonanční dutiny na žiletkové ostří.

Postupem času se zjistilo, že tento pozoruhodný vliv pyramidy, nepůsobí jen na žiletky, ale i na spoustu jiných předmětů. Autorka dále dodává:

### Záhada nad záhadu

Dalším zajímavým je tzv. kapalínový efekt.

— Potravina vložená do pyramidy je rychle zbavena vody, vypadá jako mumifikovaná.

— Jean Ann DeMatiová prováděla podobné experimenty (s mumifikací). Za nejzajímavější považují její pokus s medem. Dvě lžice medu nalila do mělké misky a vložila pod pyramidu. po pěti dnech byl med lepkavý, o týden později začal tuhnut. Za další tři týdny nechtěl už med stékat. Pak někdo náhodou pyramidu posunul (pootočil o 45°) a po týdně byl med opět tekutý.

Teorii o pyramidách a energii se pokusil experimentálně ověřit Mgr. Tomáš Kovaľ. Podívejme se na jeho protokol, který zpracoval:

## Skúmanie možného energetického pôsobenia pyramidy

Mgr. Tomáš Kovaľ

**Pomôcky:** Na experiment som si zostrojil model pyramidy zo špiliek s

rozmermi: výška 25 cm, dĺžka podstavy 18 cm.

**Postup:** Skúmal som pôsobenie pyramidy na rôzne fyzikálne veličiny:

1) Do pyramidy som najprv vložil kalkulačku, ale žiadne odchýlky, čo sa týka funkčnosti i presnosti počítania som nezaznamenal. Ani mobil nemal v pyramíde lepší či horší príjem ako mimo nej.

**Záver:** Žiaden vplyv na technické prístroje (a tým elektrické alebo magnetické sily pyramidy som nezaznamenal).

2) Do pyramidy som vložil baterku:

– jej svietivosť (aspoň pre vonkajšieho pozorovateľa) bola rovnaká ako mimo pyramidy,  
– svetlo sa ani nijako neohýbalo.

**Záver:** Vplyv na svetlo som nepozoroval.

3) Meral som teplotu v pyramíde a mimo nej. Teplota bola rovnaká.

4) Do pyramidy som vložil odtrhnutú rastlinu. Podobnú rastlinu (ten istý druh a podobná veľkosť) som položil mimo pyramidy.  
– rastliny schli rovnako rýchlo.

**Záver:** V pyramíde som nepozoroval vplyv na čas ani na biologické deje či vyparovanie.

**Vplyv na chyby merania:** Model pyramidy bol dosť malý a merania nepresné, takže prítomnosť malých odchýlok a tým aj istého vplyvu pyramidy nemôžem vylúčiť.

☞ A čo říci nakonec? Je těžké zformulovat význam kultury, která se tvořila po tisíciletí do několika vět, a proto si z toho odnese to, co budete pokládat pro sebe za nejzajímavější.

Hanss

## Úloha 13 – Lamborghiniy (4b)

**Zadání:** Alča (podobnost jména s jistou osobou je čistě náhodná) je blázen do rychlých aut. Jednou viděla Lamborghini Diablo Roadster VT a okamžitě se do něj zamílovala. Zjistila si, že auto dosahuje maximální rychlosti 323 km/h a zrychlí z 0 na 100 km/h za 4,1 s. Za tuto dobu urazí 75 metrů. Alča by si ráda spočítala, kolik koní má její vysněné Lamborghini pod kapotou a s jakým zrychlením bude tlačena do sedadla. Pomůžeš jí s výpočtem?

**Řešení:**

Většina z vás nám napsala něco v tom smyslu, že když vypočítáme zrychlení ze vzorečku  $a = v/t$ , dostaneme něco jiného, než když použijeme vzorečku  $a = 2s/t^2$ . Pouze někteří si uvědomili, že tyto vzorečky byly odvozeny pro rovnoměrně zrychlený pohyb, tudíž nemohou platit, pokud pohyb rovnoměrně zrychlený není (ostatně pohyb skutečného auta nikdy nemůže být rovnoměrně zrychlený, protože odporové síly závisí na rychlosti).

Pokusme se tedy navrhnout co nejrealnější model automobilu:

**Motor:** výkon a točivý moment je závislý na otáčkách. Závislost výkonu se dá poměrně dobře aproximovat lineárně dokud nedosáhneme maximálního výkonu, pak výkon poměrně rychle klesá, nicméně tato oblast nás moc nezajímá,

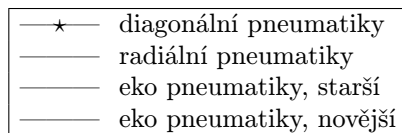
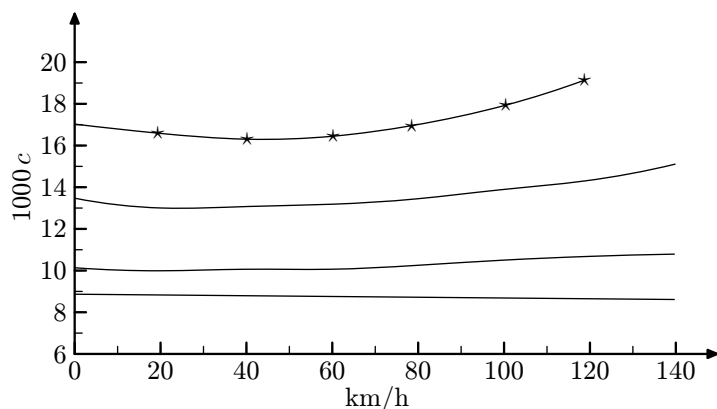
chceme-li dosáhnout co nejlepšího zrychlení. Točivý moment lze v prvním přiblížení považovat za konstantní. Otáčky motoru nejdou od nuly, ale od minimálních otáček při volnoběhu (obvykle něco přes 500 otáček za minutu), navíc rozjezd probíhá tak, že přidáním plynu zvýšíme otáčky motoru, a pak prokluzem spojky postupně roztáčíme i kola.

**Převodovka:** zde se mění převodový poměr mezi koly a motorem, při změně převodového stupně automobil samozřejmě nezrychluje. Diablo Roadster VT má maximální rychlost na jedničku  $97,3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , tedy během rozjezdu musíme přeřadit z jedničky na dvojkou.

**Kola:** mají konečný (smykový) koeficient tření  $f$ , nemůžeme se tedy rozjet příliš prudce, abychom „nezahrabali.“ Tento koeficient však není zdaleka konstantní. (Tomu by tak bylo v případě, že by se jednalo o suché tření, což zde neplatí. V knihách věnovaných motorsportu se uvádí, že nejlepší přilnavost je v jedné třetině prokluzu! Navíc koeficient velmi závisí na teplotě pneumatik.) Valivý odpor pneumatik opět přináší jisté ztráty. Valivou odporovou sílu pneumatik spočteme jako

$$F_{op} = c \cdot mg, \quad (1)$$

kde  $c$  je koeficient odporové síly pneumatik. Na obr. 1 je velikost koeficientu



Obr. 1

pro různé typy pneumatik. U vozů typu Diablo bude koeficient při maximální rychlosti o něco vyšší: za prvé, koeficient roste s rychlostí, za druhé, snaha o co nejmenší koeficient valivého tření pneumatik a snaha o to, aby auto co nejlépe sedělo na vozovce, mělo co nejkratší brzdnu drah a co největší „odpich“ (tedy snaha o co největší koeficient smykového tření) jdou proti sobě (pneumatika bude jistý kompromis). Koeficient  $c$  odhaduji na 0,02.

**Karoserie:** má koeficient odporu  $c_x$ , průřez ve směru pohybu  $S$ . Odporová síla (vzduchu) působící proti směru pohybu je

$$F_{ov} = \frac{1}{2} c_x S \rho v^2, \quad (2)$$

kde  $\rho$  je hustota vzduchu a  $v$  je rychlost pohybu.

**Rozvodovka, tlumič výfuku, atd.:** podílejí se na snížení výkonu motoru ztrátami. Všechny tyto ztráty odhaduji na 5% výkonu. Tedy pro výkon těchto odporových sil platí

$$P_o = 0,05 P_m, \quad (3)$$

kde  $P_m$  je výkon motoru. Při tomto odhadu jsem se držel [1].

Při maximální rychlosti je výkon všech odporových sil roven výkonu motoru

$$P_o = P_m. \quad (4)$$

Tedy

$$P_m = \left( \frac{1}{2} c_x \rho S v^2 + c \cdot mg \right) \cdot v + 0,05 P_m. \quad (5)$$

Po úpravě

$$P_m = \frac{1}{0,95} \left( \frac{1}{2} c_x \rho S v^3 + c \cdot mg \cdot v \right). \quad (6)$$



Obr. 2

Dosadíme-li hodnoty pro Diablo Roadster VT (šířka vozu je 2040 mm, výška 1115 mm, přičemž zhruba od 2/3 výšky vozu dochází k snižování šířky



vozu až po zhruba polovinu celkové šířky ve výšce střechy (viz obr. 2), tedy  $S \approx 2040 \text{ mm} \cdot 1115 \text{ mm} \cdot \frac{11}{12} \doteq 2,1 \text{ m}^2$ ;  $c_x = 0,31$ ), dostáváme

$$P_m \approx 340 \text{ kW} \doteq 460 \text{ bhp}$$

(kde bhp je british horse power, britský kůň, převodní vztah je  $1 \text{ bhp} = 0,746 \text{ kW}$ ). Skutečný výkon uvedený v [2] je 492 bhp při 7000 ot./min. To, že nám vyšlo o něco méně, může být způsobeno částečně tím, že při rychlostech kolem 300 km/h, již neplatí úměrnost odporové síly druhé mocnině rychlosti tak přesně, částečně tím, že maximální rychlost nemusí odpovídat na nejvyšší převodový stupeň otáčkám při kterých se dosahuje maximálního výkonu, např. pro typ Lamborghini Diablo GTR se výměnou standardně dodávané převodovky dá dle [2] dosáhnout zvýšení maximální rychlosti z 338 km/h na 345 km/h. (Samozřejmě za cenu horší akcelerace při nižších rychlostech.)

Největší zrychlení bude dosahováno na začátku rozjezdu, kdy musí pilot dávat pozor, aby „nezahrabal“ (co nejrychlejší rozjezd je vlastně limitován přilnavostí kol). Zdálo by se tedy nejjednodušší určit maximální zrychlení z toho, „co ještě pneumatiky snesou“. Bohužel, zjistit přilnavost pneumatik není vůbec jednoduchý problém (jak bylo uvedeno výše, klasické vztahy pro tření mohou posloužit pouze jako řádový odhad). Je třeba k výpočtu přistoupit odlišným způsobem s vědomím toho, že skutečné zrychlení může být o něco menší než námi vypočtené, protože tak velké zrychlení nejsou kola schopna přenést na silnici.

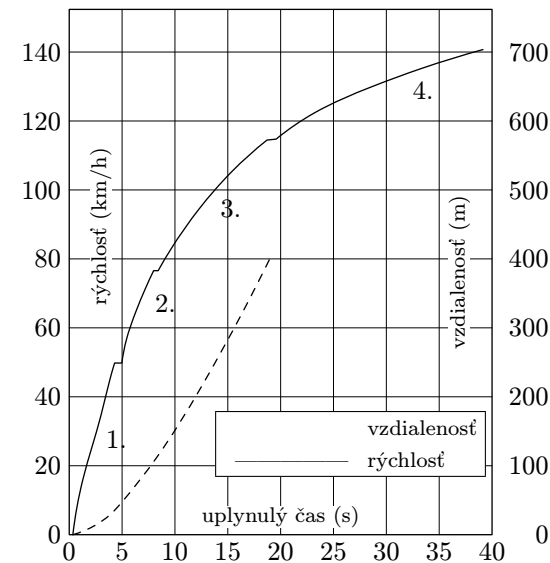
Velmi hezky se s tímto problémem vypořádal Dr. Martin Beránek, a protože měl trochu jiný přístup k výpočtu výkonu a v jeho článku byly další zajímavé postřehy, otiskujeme ho celý.

~~~~~

**Dr. Martin Beránek**

**Lamborghini**

Ihned na úvod je třeba zmínit několik nejasností a chyby v zadání. První věc je, že automobily s označením *Lamborghini Diablo Roadster VT* existují ve dvou různých typech. První byl vyráběn v letech 1995 – 1998 v počtu přibližně 200 kusů. Jeho maximální rychlost je 328 km/h a z nuly na 100 km/h zrychlí za 4,09 sekundy. Druhý typ byl vyráběn během roku 1999 (vyrobena něco přes 100 kusů) a obsahuje několik vylepšení (například na systému vstřikování paliva a ovládání ventilů), díky kterým dosahuje mírně lepších výkonů – maximální rychlost 335 km/h a zrychlení na stovku za 3,95 s. Vzhledem k údajům uvedeným v M&M bych řekl, že Alču zaujal ten starší typ a špatně si zapamatovala maximální rychlost. Ještě jí mohu prozradit, že cena jejího vysněného autíčka se pohybuje kolem 215 000 až 230 000 dolarů ; -).



Obr. 3

Tak, teď třeba alespoň nějaký náznak fyziky. Předně je třeba poznamenat, že vůbec nejde o triviální problém, protože ani u obyčejného spalovacího motoru není vztah mezi otáčkami a výkonem motoru úplně jednoznačný a v případě aut na úrovni tohoto Lamborghini se určitě nedá mluvit o pouze základní konstrukci motoru.

Dle dostupných údajů je maximální výkon 492 bhp. Nějak odhaduji, že bhp by mohlo znamenat *british horse power*. V tabulkách jsem si našel koňskou sílu odvozenou z britských jednotek (stopy, libry, ...) a její hodnota je 745,700 W. Výkon auta tedy 367 kW. Tohoto výkonu dosahuje při 7000 otáčkách za minutu. Bohužel jsem nikde nenašel maximální otáčky motoru a určit obvod kola z typového čísla také neumím. Takže nastává problém jak tyto otáčky přepočítat na rychlost automobilu. Mohu předpokládat, že 7000 otáček už je hodně vysoká hodnota a také následující úvahy budou směřovat k tomu, že výkon motoru roste s otáčkami, takže tvrdím, že maximální otáčky budou blízko těchto 7000 a na pátý rychlostní stupeň při nich tedy bude dosahovat přibližně maximální rychlosti.

Další bude už jen velmi přibližné, protože o konstrukci motoru nic přesnějšího nevím. Pokud mohu předpokládat konstantní účinnost (což by u standardního zážehového motoru mělo být), tak platí, že práce vykonaná za jeden cyklus je úměrná spotřebovanému množství paliva. Nějak matně tuším, že palivo se do válce dostává tak, že je strháváno proudem vzduchu. Rychlost proudění kapaliny (benzínu) mezi místy s rozdílným tlakem je úměrná odmocnině z rozdílu tlaků. Rozdíl tlaků v nádrži a ve vzduchovém přívodním potrubí je úměrný druhé mocnině rychlosti nasávaného vzduchu (Bernoulliho rovnice). Rychlost přítékání benzínu je tedy úměrná rychlosti nasávání vzduchu. Pokud trvá jedna

otáčka nějaký čas  $T$ , tak se za  $T/2$  musí dostat do válce objem vzduchu odpovídající objemu válce (což je konstanta). Rychlost proudění vzduchu je tedy nepřímo úměrná času  $T$  a přímo úměrná otáčkám. Z toho plyne, že množství benzínu, které se dostane během jednoho cyklu do válce je v tomto modelu nezávislé na otáčkách.

Energie získaná za čas (tedy výkon) pak závisí na počtu cyklů za jednotku času – tedy na počtu otáček. A závisí na něm přímo úměrně. Tvrdím tedy, že  $P_m = xf$ , kde  $x$  je nějaká konstanta,  $f$  otáčky motoru a  $P_m$  výkon motoru. Při daných otáčkách bude rychlost auta  $v = \alpha f$ , kde  $\alpha$  je koeficient, ve kterém je zahrnut převodní poměr převodovky, diferenciálů apod. a obvod kol. Odpor vzduchu je úměrný druhé mocnině rychlosti – tedy  $yv^2$ . Síla, kterou působí motor je z výše uvedeného konstantní a rovna  $a/\alpha$ . Výsledná síla působící na auto je  $F = x/\alpha - yv^2$  a využitý výkon  $P = xv/\alpha - bv^3$ . Při maximální rychlosti  $v_{max}$  je  $P$  i  $F$  nulové, takže platí  $x/\alpha = yv_{max}^2$  a  $P_{max} = av_{max}/\alpha$  (viz výše). Z těchto rovnic získám následující:

$$\frac{x}{\alpha} = \frac{P_{max}}{v_{max}}; \quad y = \frac{P_{max}}{v_{max}^3}$$

Po dosazení vyjdou číselné hodnoty  $x/\alpha_5 = 4000 \text{ N}$  ( $\alpha_5$  je  $\alpha$  pro zařazený pátý rychlostní stupeň) a  $y = 0,49 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ .

Abych měl nějakou kontrolu nad reálností svých výpočtů – konstanta  $y$  odpovídá koeficientu odporu vzduchu. Odporový součinitel pro toto auto je dle dostupných údajů  $C = 0,31$ . Příčný průřez auta přibližně  $2,3 \text{ m}^2$ . Hustota vzduchu asi  $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Z toho vychází odpor vzduchu  $0,43v^2 \text{ N}$ . Z toho vidím, že nejsem úplně mimo a mohu svůj model považovat za alespoň trochu odpovídající. Teď by to ale chtělo nějak vyřešit zjištěný rozdíl. Už dříve jsem provedl celkem nepodložený předpoklad že onen udávaný maximální výkon je při maximální rychlosti. Je možné že tomu tak úplně není (i když to z mého tak nějak vyplývá, jenže ten model je skutečně jen přibližný). Takže budu nadále počítat s  $y = 0,43 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$  a z toho  $x/\alpha_5 = 3600 \text{ N}$ .

Největší zrychlení bude automobil dosahovat při zařazeném prvním rychlostním stupni (nejmenší  $\alpha$ ) a nulové rychlosti (nejnižší odpor vzduchu). Převodový poměr pro pátý rychlostní stupeň je  $0,68 : 1$  a pro první  $2,31 : 1$ . Z toho vyjde  $\alpha_1 = 0,29 \alpha_5$  a tedy  $x/\alpha_1 = 12200 \text{ N}$ . Hmotnost automobilu je  $1625 \text{ kg}$  a výsledné zrychlení tedy  $a = 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

V tuhle chvíli by bylo nejlepší vzít můj vztah pro zrychlení, vyřešit pár diferenciálních rovnic a vyjádřit dráhu a rychlost v závislosti na čase. Pak zjistit rychlost a dráhu po 4,1 sekundách, porovnat se skutečnými údaji a zjistit že jsem úplně mimo ;-)). Jenže teď už na to nějak nemám náladu, sílu, ani čas (hnušná maturita...), takže jen velmi hrubá kontrola. Za předpokladu, že by auto zrychlovalo do stovky rovnoměrně vyjde potřebné zrychlení  $6,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Ve skutečnosti bude zrychlení s rostoucí rychlostí klesat, takže na začátku bude větší než tato hodnota. Můj výsledek  $7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  tomu nijak hrubě neodpovídá.

Takže nevím nakolik jsem Alče pomohl, ale dle mého názoru bude tlačena do sedadla se zrychlením nejvýše  $7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a ve chvíli, kdy se do toho opřou všichni koně, co pod tou kapotou jsou bude výkon  $367 \text{ kW}$ , tedy 492 koní.

Použitý materiál: [www.stránka.www.lambocars.com](http://www.stránka.www.lambocars.com)

~~~~~

Pro zajímavost na obr. 3 je průběh rychlosti, resp. dráhy, v závislosti na čase pro Lamborghini Espada (pro Diablo jsem bohužel podobný graf nesehnal).

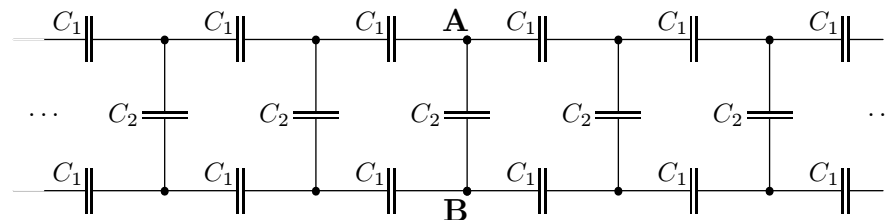
Martin Krsek

### Literatura:

- [1] Analýza spotřeby automobilu: [www.hyperlink.cz/asa](http://www.hyperlink.cz/asa)
- [2] Stránky věnované vozům Lamborghini: [www.lambocars.com](http://www.lambocars.com)
- [3] Domovské stránky výrobce pneumatik: [www.pirelli.com](http://www.pirelli.com)

## Úloha 14 – Kondenzátory (3b)

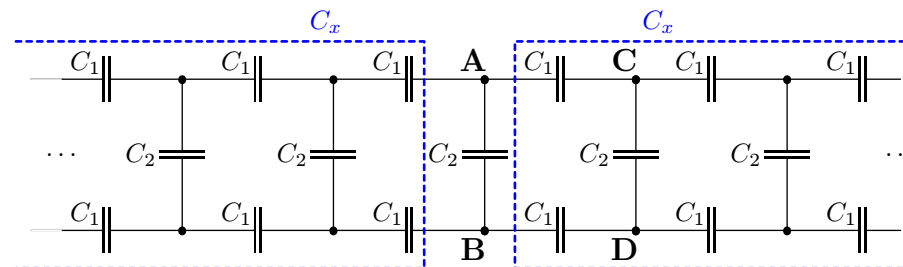
**Zadání:** Mějme nekonečnou síť kondenzátorů znázorněnou na obrázku. Spočítej výslednou kapacitu mezi body A a B.  $C_1 = 4C_2 = 1 \text{ F}$ .



### Řešení:

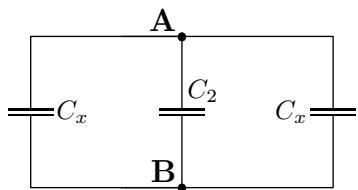
Ak sa pozrieme na obr. 1, zistíme, že sieť možno rozložiť na tri časti. Časť s kapacitou  $C_x$  (vľavo), kondenzátor  $C_2$  a tretia časť, ktorá je rovnaká ako prvá (má teda aj rovnakú kapacitu). Po prekreslení (obr. 2) má takáto sústava kapacitu (kondenzátory sú zapojené paralelne)

$$C = 2C_x + C_2. \quad (1)$$

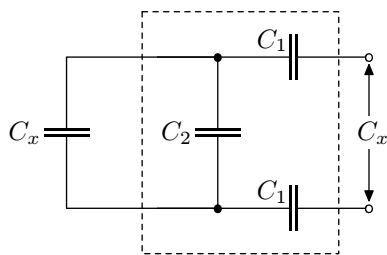


Obr. 1

Podme si spočítať  $C_x$ . Sieť (obr. 1) je nekonečná. Na výpočet jej kapacity teda nemôžeme použiť vzorčeky pre paralelný a sériový obvod. Musíme si pomôcť fintou. Tá spočíva v tom, že ak pred sieť prehradíme jednu bunku kondenzátorov, tak sa nám kapacita nemôže zmeniť (obr. 3).



Obr. 2



Obr. 3

Platí teda:

$$\frac{1}{C_x} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_x} + \frac{1}{C_1} \quad (2)$$

$$C_x = \frac{C_1(C_2 + C_x)}{C_1 + (C_2 + C_x)} \quad (3)$$

Rovnicu (3) si upravíme na tvar

$$2C_x^2 + 2C_x C_2 - C_1 C_2 = 0, \quad (4)$$

čo je kvadratická rovnica. Jej riešením dostaneme:

$$C_x = \frac{C_2}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{2C_1}{C_2}} - 1 \right). \quad (5)$$

Keďže  $C_1/C_2 > 0$ , potom  $\sqrt{1 + 2C_1/C_2} > 1$ , a teda je vždy  $C_x > 0$ .

Matematik ale môže namietať: „Čo ak je  $C_x$  nekonečné? Mohli sme sa pri úprave dopustiť neekvivalentných úprav, a teda sme mohli dostať zlý výsledok.“ To nie je možné, pretože ak za  $C_x$  v rovnici (2) dosadíme  $\infty$ , rovnica nebude splnená. Dostaneme  $0 = 1/(2C_1)$ , čo zo zadania neplatí. Iný dôvod: Ak medzi bodmi A a B vytvoríme napätie  $U$ , tak medzi bodmi C a D bude menšie napätie ako  $U$ <sup>8</sup>, medzi ďalšími dvoma bodmi bude ešte menšie atď. Dá sa ukázať, že pomer napätí v dvoch po sebe idúcich uzloch je konštantný, jedná sa teda o geometrickú postupnosť s kvocientom  $q < 1$ . Na základe toho sa dá odvodiť, že



8 Platí iba vtedy, ak  $C_1 > 0$  a zároveň  $C_2 > 0$ .

celkový náboj v našej nekonečnej sieti je konečný, a teda aj kapacita musí byť konečná.

Po dosadení (5) do (1) dostaneme výsledok, po ktorom mnohí ťažko párali:

$$C = C_2 \sqrt{1 + \frac{2C_1}{C_2}}. \quad (6)$$

Ak dosadíme rovnosť  $4C_2 = C_1$ , potom

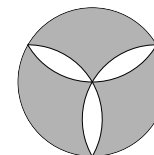
$$C = 3C_2 = \frac{3}{4}C_1 = \frac{3}{4}F.$$

Bzučo

## Úloha 15 – Dělení kruhu

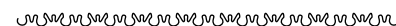
(4b)

**Zadání:** Nejmenovaná sekta matfyzáků přijímá mezi sebe jenom ty, kteří dokážou vyřešit jisté (velice těžké) úkoly. Jedním z nich je i pokus o jednoduchou transformaci magického amuletu. Amulet je zobrazen na obrázku vpravo. Skládá se ze tří stejných šedých dílů tvořících dohromady kruh. Úkolem adepta je rozřezat amulet (tmavé části) na šest ne nutně stejných dílů tak, aby se z nich dal poskládat obdélník. Zvládneš to i ty?



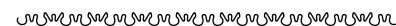
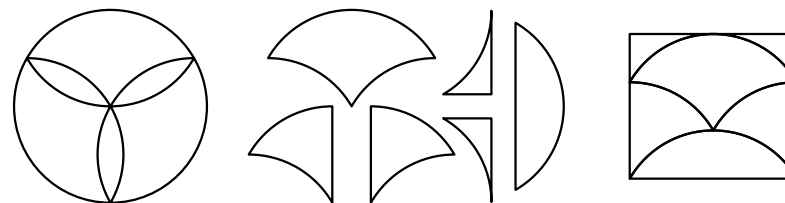
**Řešení:**

Na úvod bychom rádi pochválili řešení Dr. Martina Beránka.



Není tak špatný nápad spočítat si nejprve obsah amuletu. Vyjde roven  $\frac{3}{2}\sqrt{3}r^2$ . Teď jej nějak rozumně rozložit na součin dvou čísel (stran výsledného obdélníku). Celkem se nabízí použít třetinu kruhu vedoucí mezi dvěma špičkami jednoho dílu. Její délka je totiž  $\sqrt{3}r$ . Pak zbývá druhá délka rovna  $3/2r$ . Tím mám vymezený obdélník a poskládat do něj jednotlivé díly je už pak celkem bez problému.

Výsledek je na následujícím obrázku:



Samozrejme, treba dokázať, že náš útvar je naozaj obdĺžnik. Pozrime sa na obr. 1. Ak roviny pokryjeme pravidelnými kosoštvorcami s vrcholovým uhlom  $60^\circ$  a začneme vo vrcholoch trojuholníkov kresliť kružnice s polomerom rovnakým ako strana kosoštvorca, dostaneme uvedený obrázok. Môžete sa sami

