

M&M číslo 1 ročník V

Milí kolegové !

Právě se vám dostalo do rukou první číslo pátého ročníku naší soutěže M&M. Pokud se s M&M setkáváte poprvé, pak si pozorně přečtěte následující řádky, na nichž se ve stručnosti pokusíme M&M představit.

- M&M je matematicko-fyzikální soutěž, ve které si můžete prověřit svoje odborné znalosti, ale také projevit vlastní tvůrčí schopnosti při řešení různých problémů, které před vámi neřešil (asi) nikdo jiný. Pokud jste středoškoláci a matematika nebo fyzika vás poznamenala natolik, že se stala vašim koníčkem, máte tedy nyní jedinečnou šanci, jak vyplnit svůj volný čas bádáním nad problematikou vám blízkou a snad i vyhrát letošní ročník soutěže.
- M&M patří do rodiny takzvaných korespondenčních seminářů, kterých je v České republice a na Slovensku několik (alespoň 10). Řekněme tedy, v čem se náš seminář od této „konkurence“ odlišuje, co je pro něj charakteristické.

- (1) M&M je současně také vědecký časopis. Většina seminářů nabízí k řešení pouze jednoznačně zadané příklady. My každoročně otvíráme několik témat, ke kterým může kdokoli zaslat libovolný příspěvek (samozřejmě k dané problematice). Také nabízíme řešitelům možnost vymyslet a navrhnout nám svoje vlastní téma, se kterým by se chtěli na stránkách časopisu setkávat. Podmínkou je, že téma se musí dotýkat matematiky nebo fyziky a musí být zajímavé. Návrhy témat posuzuje naše redakční rada, která vybraná témata uveřejní.
- (2) M&M se snaží hledat souvislosti mezi matematikou a fyzikou a krapet i informatikou, nikoliv však násilně. Bezpochyby mezi těmito obory lidského smýšlení nečiníme umělé hranice. Fyzika matematiku potřebuje a mnohý matematický problém zase pochopíme na názorném fyzikálním příkladě.
- (3) Úlohy v M&M jsou rozloženy v celém spektru složitosti. Každý si zde může vybrat, co ho baví a na co stačí – to platí o úlohách i o tématech. Z článků, které nám napíšete, se na naše stránky dostanou ty nejlepší a nejzajímavější.

- Jak M&M probíhá?

M&M se může zúčastnit každý středoškolák, který má dostatek chuti a času. Pokud se rozhodnete M&M řešit, budeme vám na vaši adresu časopis zasílat (samozřejmě zdarma). V časopise naleznete vždy zadání tří tzv. „rekreačních úloh“ a občas zadání nových témat. „Rekreační úlohy“ jsou příklady, které najdete v podobných seminářích – jsou jasně zadané a žádá se u nich jasné řešení. Vhodné jsou zvláště pro dobu, kdy se rekreujete. Někdy mají podobu hádanek, jindy fyzikálních úvah apod. O tématech jsme již hovořili. Podaří-li se vám vyřešit nějakou z úloh anebo zaujme-li vás některé z témat, můžete nám svá řešení a postřehy zaslat na adresu semináře, která je uvedena na konci tohoto letáku.

Řešení úloh posílejte do termínu, který pro každou sérii stanovíme. Pozdní odeslání řešení rekreačních úloh tolerujeme jen výjimečně. Rozhodující je přitom datum na poštovním razítku. Na řešení každé série budete mít asi měsíc času. My vaše řešení vyhodnotíme a okomentujeme, nejlepší články k tématům otiskneme přímo v časopise. S novým číslem časopisu (ve kterém

najdete též autorská řešení úloh) pak dostanete zpátky svá okomentovaná řešení i vědecké příspěvky. Ročně hodláme vydat asi 5 čísel časopisu.

- M&M je, jak jsme již v úvodu zmínili, soutěží. Za každé řešení úlohy nebo příspěvek k tématu obdržíte několik bodů, jejichž množství bude určeno mírou správnosti vašeho řešení, originalitou a nápaditostí článku, brilantností vašich úvah... Správné řešení rekreačních úloh bývá zvykem hodnotit asi 5 body, dobré články k tématům se cení třeba i na 15b. Dodejme, že nerozlišujeme bodování podle ročníku studia, jak to mnohé semináře činí. Volné pojetí témat totiž umožňuje zvítězit i nejmladším řešitelům, jsou li dost aktivní. Na základě množství bodů přiřazených jednotlivým řešitelům posléze sestavíme pořadí, které budeme průběžně otiskovat na poslední straně časopisu. V závěrečné sérii provedeme celkové vyhodnocení a odměníme vítěze zatím neznámými, ale jistě hodnotnými cenami.

Hovoříme-li o hodnocení, neopomeňme zdůraznit jednu zvláštnost, kterou má pouze M&M. Po překročení určitých bodových limitů totiž získáte pro účely semináře titul, kterým jsou vás povinni ostatní účastníci oslovovat. Příslušné bodové limity jsou: 10b (bakalář), 20b (magistr), 50b (doktor), 100b (docent), 200b (profesor), 500b (akademik). Do limitu potřebného pro dosažení titulu se započítávají i body získané v předchozích ročnících seminářích.

- Konference M&M

Pro nejlepší řešitele organizujeme každoročně alespoň jednu konferenci. Letos budou dokonce konference dvě. První proběhne 3.-9. ledna 1999 na Studenově (u Harrachova v Krkonoších), na druhou se můžete těšit asi tak v červenci. Účastníky budeme vybírat podle průběžného pořadí. Počítejte s tím, že na zimní konferenci si budete muset připlatit zhruba 500 Kč.

Konference jsou příležitostí k seznámení s lidmi podobného smýšlení, pro mnohaleté řešitele pak vhodným místem, kde potkat staré známé. Na podobných akcích se pak vedou vědecké polemiky, můžete zde vyslechnout nebo též sami přednést řadu přednášek. Protože konference jsou pořádány v přírodě, je nasnadě, že jejich program není pouze odborný (provozují se rozmanité hry a podobně). Všichni, kdo na podobné akci někdy byli, mi dají za pravdu, že nelitovali.

- Pokud jste vydrželi číst až sem a M&M vás zaujalo natolik, že jste se rozhodli jej řešit, pak pro vás máme ještě těchto pár drobných rad a podmínek soutěže:

- (1) K řešení první série prosím přiložte lístek se jménem, ročníkem, adresou školy a vaší adresou pro korespondenci.
- (2) Každou úlohu (téma) pište na zvláštní papír (různé úlohy obvykle opravují různí lidé). Každý papír označte svým jménem a číslem úlohy, popřípadě číslem listu. K náležitostí vědeckého článku patří jeho název a jméno autora. Nenazvete-li článek, vymyslíme pro něj v případě otištění název sami. Redakce si vyhrazuje právo články pro lepší srozumitelnost zestručňovat nebo upravovat, vždy však jen do té míry, aby nebyl změněn smysl článku.
- (3) Nemusíte posílat řešení všech úloh a témat. Vyberte si, co vás nejvíce zajímá. Ohodnotíme i náznaky řešení (samozřejmě, vděčnější budeme za řešení úplná).
- (4) Nepište jenom výsledky, ale podrobně nám vysvětlete postup, jak jste k nim došli. Pokud nám pošlete pouze výsledek (byť správný), na mnoho bodů se netěšte.
- (5) Pište prosím opravdu, ale opravdu čitelně. Nad nečitelnými řešeními pak strávíme zbytečně mnoho času. Navíc je nemůžeme objektivně ohodnotit.

- (6) Svá řešení nám můžete posílat na papíře (ať už v rukopise nebo vytištěná počítačem), na disketě (preferujeme zdrojový text pro sázecí systém \TeX nebo čistý ASCII-text) nebo přes Internet e-mailem na adresu `tbra7047@milada.troja.mff.cuni.cz`.
 - (7) Dodržujte termíny odesílání rekreačních úloh. Příspěvky k tématům můžete posílat po celý rok.
 - (8) Ve svých příspěvcích můžete reagovat na články svých kolegů. Budete-li používat výsledků práce někoho jiného, doporučujeme vám použité výsledky napsat formou citace.
 - (9) M&M můžete začít řešit kdykoli v průběhu roku.
- Na závěr několik slov o historii M&M. Coby korespondenční seminář pro Středočeský kraj bylo M&M založeno již na sklonku roku 1994. Zakladateli byli Martin Vyšohlíd a Martin Čížek – oba studenti MFV UK. Současnými organizátory jsou další studenti Matematicko-fyzikální fakulty.

A ještě jedna prosba na úplný závěr. Máte-li možnost tento leták jakkoli rozšířit na střední školy nebo třeba mezi své kamarády, o kterých víte, že se matematikou nebo fyzikou zabývají, pak vás prosíme, abyste tak učinili. Za každého prokazatelně získaného řešitele dostanete na soustředění tatranku.

Toť vše, přejeme vám hodně štěstí a zábavy při práci. Na vaše příspěvky se těší *Tomáš Brauner, Ivana Čapková, Ája Jančaříková, Matouš Jiráček, Martin Krsek, Aleš Přívětivý, Robert Špalek a Karel Zikmund.*

Zadání témat:

1. Konstrukce kružítkem

Úvodní úloha: Nad úsečkou danou krajními body sestrojte pouze pomocí kružítky čtverec, resp. jeho vrcholy.

Pokuste se řešit další úlohy, ve kterých smíte použít jen kružítko (tzn., že nemůžete 2 body spojit úsečkou a podobně):

1. Dvěma body je určena úsečka. Najděte úsečku o dvojnásobné délce.
2. Najděte libovolný bod uvnitř úsečky dané dvěma body.
3. V rovině jsou dány 2 úsečky. Najděte úsečku, jejíž délka je rovna součtu, resp. rozdílu jejich délek.

Předmět bádání si můžete dle libosti rozšířit.

2. Lupa

Určitě jste už někdy zkoušeli zapálit pomocí lupy slunečním světlem papír. My po vás teď budeme chtít, abyste se pokusili tento jev popsat kvantitativně. Zjistěte, za jakých podmínek (lupa, papír, počasí, ...) lze papír zapálit.

3. Provazování cihel

Při stavění cihlové zdi nelze samozřejmě klást jednotlivé řady cihel na sebe bez rozmyslu. Např. by nemělo valného smyslu stavět cihly do úhledných komínků – zeď by neměla příliš dlouhou životnost. Zkuste se zamyslet nad tím, jak a proč cihly provazovat.

Cihla má rozměry $30 \times 15 \times 7.5 \text{ cm}^3$. Nezapomeňte, že se stavějí zdi rozličných šířek: 15 cm, 30 cm i 45 cm. Nebudeme vám samozřejmě bránit ani ve výpočtu hypoteticky široké zdi. Pokud vám téma bude připadat jednoduché, zkuste cihly do zdi zabudovávat také na výšku (i to se opravdu dělá).

Zadání rekreačních úloh:

1. *RBS (Reduced banking set)*

V jednom království žil jeden král. A ten si usmyslel, že si nechá nově vytapetovat ložnici. A protože to byl král... zkrátka a dobře, bylo potřeba vydat nové peníze. A protože moc prostředků na vyražení nových peněz nebylo, rozhodl, že nechá vyrazit jenom dva typy bankovek. Rádci sice reptali, že to nebude praktické... ale noví rádcové už rádi souhlasili a předháněli se ve chválení královy moudrosti. A tak se stalo, že nové bankovky mají prvočíselné hodnoty p a q . Za předpokladu, že máme neomezeně bankovek obou druhů, můžeme se pokusit určit, jaké hodnoty můžeme vyplatit. A krále by zajímalo, od jaké hodnoty můžeme už všechny větší hodnoty vyplatit za použití neomezeného počtu bankovek nominálních hodnot p a q .

2. *Kružnice*

Mějme kružnici k_1 o poloměru $2r$. Této kružnici se zevnitř dotýká kružnice k_2 o poloměru r . Po jaké křivce se budou pohybovat body kružnice k_2 , když se tato bude valit po kružnici k_1 ?

3. *Ještě trochu geometrie*

Je dán trojúhelník ABC . Nad stranou BC , resp. CA sestrojíme rovnoběžníky $BKLC$, resp. $CMNA$. Označme P průsečík přímek KL a MN . Rovnoběžka s přímkou PC jdoucí bodem A , resp. B protne přímku MN , resp. KL v bodě R , resp. S . Dokažte, že obsah rovnoběžníka $ABSR$ je roven součtu obsahů rovnoběžníků $BKLC$ a $ACMN$. Ukažte, že z tohoto tvrzení (tzv. Pappovy věty) plyne Pythagorova věta.

Uzávěrka 1. série M&M je 1. listopadu 1998.

Adresa redakce je:

Tomáš Brauner, A1721
VŠK 17. listopadu
Pátkova 3
182 00 Praha Holešovice