Studentský matematicko-fyzikální časopis

M&M

Ročník XXIII / Číslo 8

Časopis M&M a stejnojmenný korespondenční seminář je určen pro studenty středních škol, kteří se zajímají o matematiku, fyziku či informatiku. Během školního roku dostávají řešitelé zdarma čísla se zadáním úloh a témat k přemýšlení. Svá řešení odesílají k nám do redakce. My jejich příspěvky opravíme, obodujeme a pošleme zpět. Nejzajímavější řešení otiskujeme.

Milí řešitelé,

držíte v rukou poslední číslo 23. ročníku M&M. Najdete v něm řešení úloh šesté série, shrnutí letošních tématek a jistě netrpělivě očekávanou výsledkovou listinu. V ní se dočtete, že nejvíce bodů letos získala Doc.$^{\mathrm{MM}}$Anna Mlezivová, následovaná Mgr.$^{\mathrm{MM}}$Karlem Balejem a Dr.$^{\mathrm{MM}}$Pavlem Turinským. Jako nejlepší příspěvek k tématku vyhlašujeme článek Tom, Jerry a fyzika od Mgr.$^{\mathrm{MM}}$Zuzany Urbanové, který vyšel v 6. čísle. Autorka obdrží tradiční dort upečený organizátory. Pět nejlepších řešitelů se pak může těšit na věcné ceny.

Vítězům blahopřejeme! Doufáme ale, že poražených není – že všichni řešitelé strávili pěkné chvíle při řešení úloh či témat našeho semináře, nebo dokonce ve společnosti starých i nových kamarádů na našich dvou soustředěních. A třeba se přitom i něco nového naučili.

Na shledanou v dalším ročníku! Krásné prázdniny přejí

vaši organizátoři

Řešení úloh 6. série

Úloha 6.1 – Vesmírná krabice (4b)

Zadání:
Fonda sa nachází na souřadnicích x_0 ve své vesmírné lodi o tvaru kvádru a má počáteční rychlost $|v_0| = 1\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ vůči lodi. Fonda umí ovládat motory lodě, které poskytují maximální tah do každého směru. Jiným způsobem se však uvnitř lodi pohybovat neumí.

Jaká je minimální hmotnost paliva, kterou spotřebuje na pohyb lodi, aby se dostal na původní místo x_0 a zůstal tam v klidu stát? Od stěn se umí Fonda odrážet s dokonalou pružností, stěny jsou dokonale hladké a loď je prázdná. Počítejte pro raketový pohon se specifickým impulzem $I_{sp} = 450\,\mathrm{s}$ a hmotnostním tokem $\dot{m}_R = 200\,\mathrm{kg \cdot s^{-1}}$ a iontový motor s $I_{sp} = 3000\,\mathrm{s}$ a $\dot{m}_I = 3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg \cdot s^{-1}}$. Loď má hmotnost $M = 100\,\mathrm{t}$ a můžeme zanedbat změnu její hmotnosti. Jaký je maximální tah jednotlivých motorů?

Řešení:
Ako prvé si vypočítame maximálny ťah T. To pomocou vzorcu

$$T = I_{sp} g \dot{m},$$

kde g je tiažové zrýchlenie. Pre jednotlivé motory dostaneme hodnoty

$$T_R = 882900\,\mathrm{N},$$

$$T_I = 0{,}88\,\mathrm{N}.$$

Pre uvažovanie, ako dostať Fondu do pôvodnej polohy, by sa nám hodil čas, za ktorý loď zrýchli na $1\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. To vypočítame pomocou

$$t = \frac{M}{T} \cdot 1\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

Pre jednotlivé motory dostaneme

$$t_R \approx 0{,}11\,\mathrm{s},$$

$$t_I \approx 113636\,\mathrm{s} \approx 1{,}32\,\text{dňa}.$$

Keby sme si ešte vypočítali, koľko paliva spotrebujeme pomocou vzorcu $m_{spo} = \dot{m}t$, dostaneme

$$m_R \approx 22{,}7\,\mathrm{kg},$$

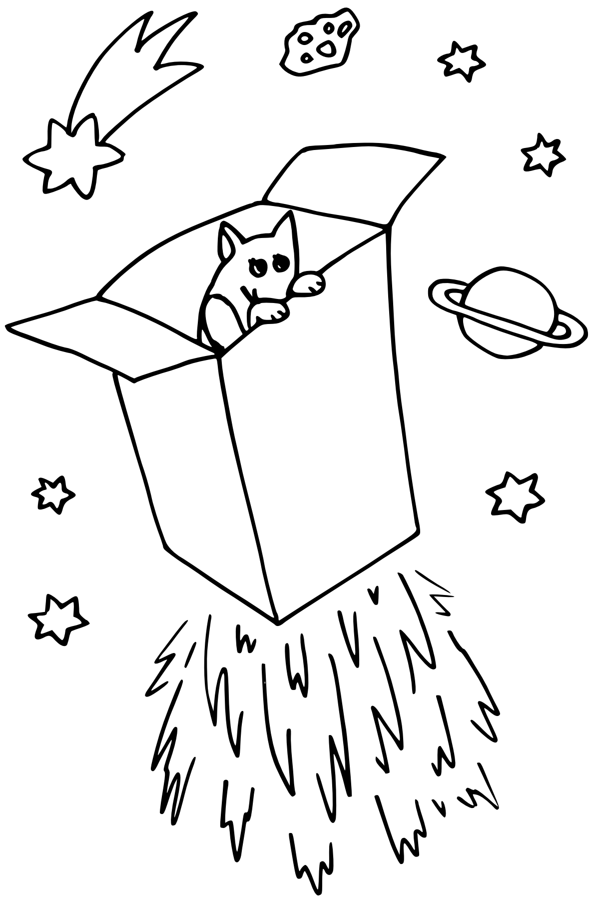
$$m_I \approx 3{,}4\,\mathrm{kg}.$$

To potvrdzuje zadanie, že môžeme zanedbať zmenu hmotnosti. Na zastavenie Fondu na počiatočnom mieste musíme uvažovať, že jeho vesmírna kocka má konečné rozmery. Pri zrýchľovaní lodi sa bude Fonda pohybovať voči nej so zrýchlením T/M v opačnom smere. Ak nastane to, že po odraze od nejakej steny ide trajektória cez začiatočnú polohu, stačí mu začať zrýchľovať vo vzdialenosti

$$d = \frac{Mv_0^2}{2T}.$$

Pre raketový motor, z času je vidieť, že to túto situáciu vyrieši rýchlo. Pre iontový motor budeme musieť prve spomaľovať postupne. Po odraze od steny, zrýchľovať stále v smere pohybu a pred odrazom prestať zrýchľovať. Situáciu riešime v 3D, takže to môžeme postupne riešiť v jednotlivých súradniciach.

Kubo



Úloha 6.2 – Nerovná podlaha (4b)

Zadání:

V mezigalaktické krabici je po srážce nerovná podlaha. Pro vyplnění formuláře na ni potřebují Fonda s pilotem postavit čtvercový stůl. Ale když chtějí stůl na podlahu položit, tak mu většinou jedna noha visí ve vzduchu a stůl se kýve, což značně znesnadňuje vyplnění formuláře. Dokážete na zvlněné podlaze vždy najít místo, ve kterém se všechny čtyři nohy stolu dotýkají podlahy?

Předpokládáme, že nám nevadí, že stůl není vodorovně, že podlaha je dost velká na to, aby se po ní dalo stolem pohodlně otáčet, a navíc v ní nejsou díry. Formálně chceme najít čtyři body tvořící daný čtverec, které leží v jedné rovině.

Řešení:

Všimneme si, že vždy dokážeme naklonit stůl tak, aby měl na podlaze alespoň tři nohy (krajní poloha kývání stolu).

Předpokládejme tedy, že nám stůl na podlaze stojí třemi nohami (označme je A, B a C), noha D visí ve vzduchu. Otočíme-li nyní stůl o čtvrt kruhu, dojdeme do stavu, kdy stůl stojí na nohách D, A a B; ve vzduchu je nyní noha C. Otáčet budeme tak, aby stůl stál na podlaze vždy alespoň třemi nohami, dvě z nich budou nohy A a B.

V průběhu tohoto otáčení se musíme dostat do stavu, kdy se noha C odlepí od podlahy. Předtím se ale noha D musí dotknout země (aby stůl stále stál na alespoň třech nohách). V té chvíli tedy stůl stojí na všech čtyřech nohách a je stabilní.

Jiná možnost řešení je všimnout si, že pokud při otáčení budeme držet nohy A, B a C na zemi, bude se po otočení o $90°$ konec nohy D nacházet pod úrovní podlahy. Protože ale v podlaze nejsou díry, musela se tato noha v některém okamžiku otáčení na podlahu postavit.

Takto jsme na této zvlněné podlaze našli čtverec, což požadovalo zadání. Jak si někteří účastníci všimli, může však nastat situace, že na této podlaze bude „schod“ nebo „převis“, kvůli kterému nebude možné stůl postavit. Tento případ nebylo nutné ošetřit k získání 4 bodů.

Pavel

Úloha 6.3 – Doplnění grafu (5b)

Zadání:

Na začátku máme n osídlených planet tvořících planetární uskupení, mezi kterými vedou přímá meziplanetární spojení. Osídlení v galaxii se však zahušťuje a s růstem populace musí držet krok i dopravní infrastruktura. Operací asimilace nazveme začlenění nějaké osídlené planety do našeho planetárního uskupení a následné vybudování libovolně mnoha přímých meziplanetárních tahů mezi touto planetou a libovolnými jinými již osídlenými planetami z našeho uskupení.

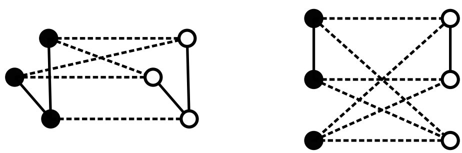
Pomocí operace asimilace získejte planetární uskupení, kde z každé planety vede přesně n přímých meziplanetárních tahů. Navíc

a) Operaci asimilace můžete použít maximálně n-krát.

b) Operaci asimilace můžete použít kolikrát chcete, ale velikost největší planetární unie ve výsledném planetárním uskupení musí být stejná jako velikost největší planetární unie v původním planetárním uskupení. Planetární unií rozumíme skupinu osídlených planet, u kterých o každých dvou planetách platí, že mezi nimi existuje přímý meziplanetární tah.

Řešení:
Nejprve trocha terminologie z teorie grafů (k vyřešení úlohy nebylo potřeba ji znát, ale bude se nám s ní o úloze lépe mluvit, zejména s lidmi, kteří nejsou experty zrovna v galaktickém plánování). Naše původní planetární uskupení je *graf* – obsahuje *vrcholy* (planety) a *hrany* (meziplanetární spojení). Planetární unie je potom *úplný graf*, resp. *klika*, pokud o ní mluvíme jako o součásti nějakého většího grafu. Počet hran vedoucích z vrcholu označujeme jako jeho *stupeň*.

Část a) vyřešíme tak, že si k původnímu grafu G přidáme jeho kopii G'. Za každý vrchol v z G bude v G' vrchol v'. V kopii povedou hrany stejně jako v původním grafu, tedy mezi u' a v' povede hrana, právě když vede hrana mezi u a v. Dále nataháme hrany mezi G a G' tak, aby mezi vrcholy u a v' vedla hrana právě tehdy, když mezi u a v hrana *nevede*. Pak bude každý vrchol jakoby spojený se všemi z původních n (včetně sebe sama), jen bude jeho soused někdy původní vrchol a někdy kopie. Každý vrchol tedy bude mít stupeň n, jak bylo požadováno. Příklad konstrukce je vidět na obrázku 1.

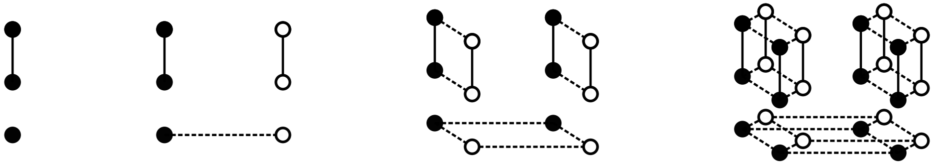


Obrázek 1: Dva příklady konstrukce grafu nepřidávající více než n vrcholů. Přidané vrcholy jsou bílé, přidané hrany čárkované.

Dovedeme takový graf vyrobit pomocí asimilací? Jistě, budeme nové vrcholy přidávat po jednom v libovolném pořadí a pro každou hranu, která má z právě přidávaného vrcholu vést, se podíváme, jestli už existuje vrchol na jejím druhém konci. Pokud ano, šup tam s ní. Pokud ne, vytvoříme ji až během přidávání toho druhého vrcholu.

Nyní k části b). Výše uvedený postup nestačí, příklad grafu, při jehož rozšiřování vytvoří větší kliku, než tam původně byla, je na obrázku 1 vpravo. Budeme si muset poradit jinak. Držte si klobouky, je čas na pořádnou expanzi galaktického společenství.

Opakujeme následující: Pokud je nejmenší stupeň v grafu roven n, skončíme. Jinak si pořídíme kopii stávajícího grafu a přidáme hranu mezi vrchol v a jeho kopii v' právě tehdy, když v patřil mezi vrcholy s nejmenším stupněm. Příklad konstrukce je na obrázku 2.

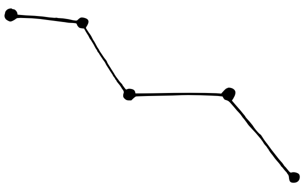


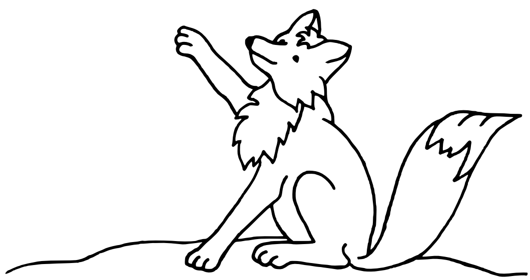
Obrázek 2: Příklad konstrukce grafu nevytvářející větší kliky. Celkem proběhnou tři kroky. Vrcholy přidávané v daném kroku jsou bílé, přidané hrany čárkované.

Takto se v každém kroku zvýší nejmenší stupeň v grafu o 1 (a počet vrcholů se zdvojnásobí). Nejpozději za $n-1$ kroků bude tedy každý vrchol stupně n a skončíme.

Tímto způsobem nevytvoříme žádnou kliku větší, než byla největší klika v původním grafu (kromě případu, kdy v původním grafu byl alespoň jeden vrchol, ale nebyla v něm žádná hrana – tehdy ovšem nemá část b) řešení). V kopii G' stávajícího grafu G jistě není větší klika a hrany vedoucí mezi G a G' nepřidají žádnou kliku na více než dvou vrcholech – nejsou součástí ani trojúhelníku, natož nějaké větší kliky, protože mezi G a G' vede z každého vrcholu nejvýše jedna hrana.

Matěj





Úloha 6.4 – Pečlivě schovaný trojúhelník (2b)

Zadání:

Délky tyčí (v metrech) ve hře kolmio nabývají hodnot z reálného intervalu $(1; 55)$. *Dokažte, že hra může skončit vítězstvím některého z týmů pro libovolných deset tyčí s délkami z daného intervalu, tedy že z daných deseti tyčí je možné vybrat tři tak, že tvoří strany nějakého trojúhelníka.*

Řešení:

V této úloze se mnohým z vás stalo, že jste přišli na správnou myšlenku, ale neměli řešení správně dotažené do konce. Problém byl ten, že jste o řešení 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 prohlásili, že je „nejlepší“, respektive že to „lépe nejde“, a přesto je ve sporu se zadáním, a tím pádem lze vždy trojúhelník sestrojit.

Problémem je, že chybělo zdůvodnění, proč je toto řešení nejlepší, případně proč to pro jiná čísla nemůže fungovat (pokud nějakou úlohu řešíte sporem, nestačí, když najdete nějaké řešení a o něm prohlásíte, že už to lépe nejde, aniž byste to dokázali). Vezměte si proto z této úlohy ponaučení například do matematické olympiády.

Úlohu budeme řešit sporem. Připusťme, že existuje deset čísel z intervalu $(1; 55)$ takových, že z nich nelze vybrat tři, z nichž by šel sestavit trojúhelník. Tato čísla si označme a seřaďme: $1 < a_1 \leq a_2 \leq \ldots \leq a_{10} < 55$.

Aby z trojice čísel nešel sestavit trojúhelník, tak nesmí splňovat trojúhelníkovou nerovnost (a protože je už máme seřazená, tak je třeba ověřit, že největší je větší než součet zbývajících dvou), tedy:

$$
\begin{aligned}
a_3 &> a_2 + a_1 \\
a_4 &> a_3 + a_2 > 2a_2 + a_1
\end{aligned}
$$

(po dosazení z první nerovnosti). Pokračujeme analogicky dál:

$$
\begin{aligned}
a_5 &> a_4 + a_3 > 3a_2 + 2a_1 \\
&\vdots \\
a_{10} &> a_9 + a_8 > 34a_2 + 21a_1
\end{aligned}
$$

A protože a_1 i a_2 jsou větší než 1, tak by a_{10} muselo být větší než 55, což je ovšem spor s tím, že a_{10} je menší než 55. Došli jsme tedy ke sporu, proto z deseti čísel lze vždy vybrat tři tak, aby z nich šel sestavit trojúhelník.

Petr

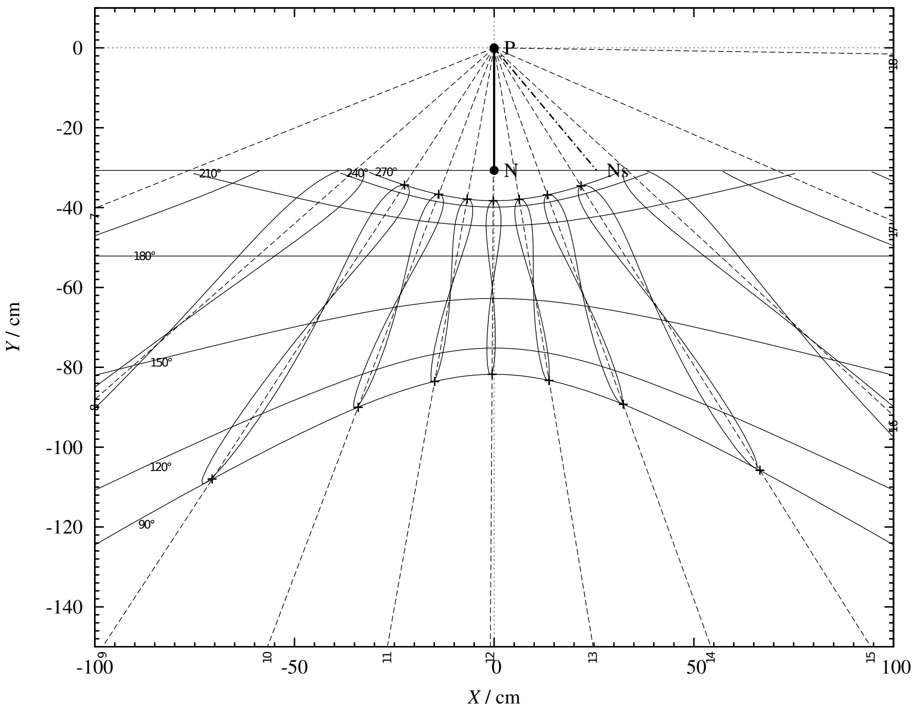
Řešení témat

Téma 1 – Sluneční hodiny

Celý rok jste mohli experimentálně zkoumat a zamýšlet se nad pohybem stínu, který na zem v průběhu dne vrhá například stožár nebo kůl a především ukazatel slunečních hodin.

Sestrojení ciferníku správně fungujících slunečních hodin vyžaduje znalost veškerých pohybů, které Země při svém oběhu kolem Slunce vykonává, důležitá je i volba polohy a orientace ciferníku vůči Zemi.

S tím souvisí zásadní otázka – jak přesně budou hodiny ukazovat? Možnými nepřesnostmi a chybami slunečních hodin se ve svém článku zabýval Doc.^{MM}Petr Šimůnek a upozornil na několik skutečností – Země obíhá po eliptické dráze, což podle II. Keplerova zákona znamená, že velikost rychlosti oběhu není konstantní. To se projeví na délce tzv. pravého slunečního dne. Pokud bychom Slunce fotografovali v průběhu jednoho roku vždy v určitou hodinu a tyto body proložili křivkou, byl by její tvar podobný číslici 8 – jedná se o tzv. analemu. S její znalostí můžeme odečet z hodin zpřesnit.



Obrázek 3: Schéma slunečních hodin pro koleje 17. listopadu.

Návrh ciferníku slunečních hodin na Obrázku 3 byl vytvořen programem dostupným na `http://mail.astrohk.cz/~mira/shc/shc.php`, tyto hodiny jsou korigované na SEČ, ideální umístění je pro ně jižní vertikální stěna na VŠ kolejích 17. listopadu v Praze. Uprostřed obrázku v horní části je umístěn ukazatel, svírající s vertikální stěnou úhel $\pi/2 - w$, kde w je zeměpisná šířka. Od něho se paprsčitě rozbíhají hodinové rysky. Zakřivené čáry spojující levou a pravou stranu nákresu kopírují trajektorie pohybu stínu konce ukazatele pro danou roční dobu, pro každou hodinu jsou zde zaznačeny i zmiňované analemy.

V měřítku délky života pozemských živočichů se zdá nebeská mechanika neměnná, dnes už ale například víme, že se Měsíc od Země vzdaluje (cca 5 cm/rok), to v důsledku zákona zachování momentu hybnosti vede k zpomalování Zemské rotace a tedy k prodlužování slunečního dne. Pokud zohledníme třeba i pohyb kontinentů, je jasné, že v budoucnu současné sluneční hodiny budou pouze na ozdobu nebo jim budeme muset upravit jejich jedinou ručičku.

Dominigga

Téma 2 – Časosběr

V poslední vlně nám ještě dorazila dvě řešení. První analyzuje závislost rychlosti stékání medu po sklenici na teplotě medu. Změna viskozity vhledem k teplotě je zde jasně viditelná a titulky navíc prozrazují naměřené číselné hodnoty. Doc.^MM Anně Mlezivové bych v tomto videu vytknul akorát poměr délky titulků a samotného videa. Titulky nejsou dlouhé, ale samotné video mi přijde až příliš zrychlené. Přesto je obsah dobře patrný a video dle mého názoru splnilo svůj cíl.

Druhé video originálně ukazuje difúzi černé tuše ve sklenicích vody různých teplot. Sklenice jsou položené vedle sebe a závislost je tak patrná z jediné fotky ještě před přehráním videa. Video je rozdělené do několika částí, ve kterých se postupně mění rychlost ze čtyřnásobku až na 256 násobek. Mgr.^MM Kateřina Rosická se tak elegantně vypořádala s dlouhým procesem, ve kterém se většina zajímavého stane již v prvních okamžicích.

Možná jste si během roku všimli, že stejně kvalitní příspěvky odevzdané ke konci ročníku dostaly trochu nižší bodové ohodnocení než příspěvky ze začátku roku. První řešení ještě neměla inspiraci od ostatních řešitelů a vymýšlení tak bylo náročnější, proto tato řešení byla mírně bodově zvýhodněna. Jsem rád, že kvalita příspěvků během celého ročníku stoupala. Ze začátku jsem se obával, že budete posílat jen videa bez doprovodných textů, ale i to se nakonec spravilo.

Nakonec se nám sešlo celkem 14 videí od 9 řešitelů. Všem řešitelům moc děkuji za pěkná videa, která dost možná pomohou při vysvětlování různých fyzikálních jevů ve škole i mimo ni. Všechna videa najdete na našem YouTube kanále KSMaM. Pokud vás toto tématko zaujalo a bavilo vás vytváření časosběrných videí, tak bych vás rád hned v začátcích podpořil. Neznám nikoho, kdo na první pokus vytvořil krásné video bez chyb. Naopak si pamatuji pár lidí jen díky tomu, že vytvořili nějaké velmi zajímavé video. V rámci tématka Časosběr se s vámi v tomto roce loučím a děkuji za 14 zajímavých příspěvků.

Béďa

Téma 3 – Filmoví poradci

23. ročník M&M je u konce a s ním i téma Filmoví poradci. V průběhu roku do redakce přišlo několik zajímavých příspěvků, ze kterých jste si mohli v 6. čísle přečíst ten o fyzice ve světě Toma a Jerryho od Mgr.^MM Zuzany Urbanové. Ve všech příspěvcích se autoři zabývali fyzikálními nedostatky ve filmech, takže informatické a matematické chyby už musíte hledat mimo řešení tohoto tématu.

Viktor

Výsledková listina 8. čísla

				Úlohy						
Poř.	**Jméno**	**R.**	$\sum_{-1}$	**r1**	**r2**	**r3**	**r4**	**t2**	$\sum_0$	$\sum_1$
1.	Doc.$^{\text{MM}}$A. Mlezivová	3	105,5		4,0		2,0	6,5	12,5	50,0
2.	Mgr.$^{\text{MM}}$K. Balej	2	47,3	3,5		3,0	2,0		8,5	47,3
3.	Dr.$^{\text{MM}}$P. Turinský	4	70,1		4,0		2,0		6,0	44,6
4.	Mgr.$^{\text{MM}}$B. Hroncová	2	38,8		4,0		0,5		4,5	38,8
5.	Mgr.$^{\text{MM}}$K. Rosická	2	36,5					8,0	8,0	36,5
6.	Doc.$^{\text{MM}}$T. Domes	4	110,8			3,0	2,0		5,0	33,4
7.	Dr.$^{\text{MM}}$O. Knopp	3	55,3						0	28,7
8.	Mgr.$^{\text{MM}}$Z. Urbanová	3	28,5						0	28,5
9.	Mgr.$^{\text{MM}}$K. Čížková	3	32,6				0,5		0,5	26,1
10.	Mgr.$^{\text{MM}}$M. Holubička	1	22,3	1,0			0,0		1,0	22,3
11.	Mgr.$^{\text{MM}}$O. Buček	3	40,2	0,5			0,5		1,0	21,9
12.	Mgr.$^{\text{MM}}$R. Olšák	2	21,8						0	21,8
13.	Mgr.$^{\text{MM}}$V. Pavlíček	1	21,3						0	21,3
14.	Mgr.$^{\text{MM}}$J. Suchánek	3	35,1						0	19,9
15.	Doc.$^{\text{MM}}$D. Krasula	4	161,1						0	17,7
16.–17.	Mgr.$^{\text{MM}}$J. Paidar	3	35,8						0	16,7
	Bc.$^{\text{MM}}$K. Vnuková	2	16,7						0	16,7
18.	Doc.$^{\text{MM}}$P. Šimůnek	4	159,0						0	16,3
19.	Mgr.$^{\text{MM}}$J. Růžička	2	22,2						0	16,2
20.	Dr.$^{\text{MM}}$F. Čermák	3	51,7						0	16,1
21.	Mgr.$^{\text{MM}}$L. Kundratová	2	42,7						0	15,4
22.	Bc.$^{\text{MM}}$R. Luc	4	19,0						0	15,0
23.	Bc.$^{\text{MM}}$O. Gonzor	Z9	14,2				0,0		0,0	14,2
24.–25.	Bc.$^{\text{MM}}$L. Bujnovská	3	18,1						0	13,1
	Bc.$^{\text{MM}}$Z. Lüköová	2	13,1						0	13,1
26.	Bc.$^{\text{MM}}$M. Bukvaj	1	13,0						0	13,0
27.	Mgr.$^{\text{MM}}$T. Hladíková	3	48,4						0	12,8
28.	Mgr.$^{\text{MM}}$L. Kopfová	2	31,7						0	12,7
29.	Mgr.$^{\text{MM}}$B. Požár	3	30,9						0	10,8
30.	Bc.$^{\text{MM}}$T. Kulichová	2	10,2						0	10,2
31.	Mgr.$^{\text{MM}}$J. Pallová	2	28,8						0	9,5
32.–34.	F. Bialas	4	9,0						0	9,0
	Bc.$^{\text{MM}}$A. Neubauerová	3	17,0						0	9,0
	V. Procházka	3	9,0						0	9,0
35.	T. Drobil	2	8,7						0	8,7
36.	Mgr.$^{\text{MM}}$L. Vincenová	3	45,5						0	8,4

				Úlohy						
Poř.	**Jméno**	**R.**	$\sum_{-1}$	**r1**	**r2**	**r3**	**r4**	**t2**	$\sum_0$	$\sum_1$
37.	Mgr.$^{\text{MM}}$D. Chytilová	3	28,8						0	8,0
38.	J. Heller	4	7,5						0	7,5
39.	F. Kmječ	1	7,4	3,9		1,5	0,5		5,9	7,4
40.	L. Šajnarová	3	7,3						0	7,3
41.	J. Pelc	3	7,0						0	7,0
42.	J. Šrejbr	1	6,7						0	6,7
43.–44.	T. Dolák	4	6,3						0	6,3
	T. Poláková	3	6,3			3,0	0,5		3,5	6,3
45.	A. Mírková	2	6,0						0	6,0
46.	Bc.$^{\text{MM}}$F. Zajíc	4	16,7						0	4,7
47.	Mgr.$^{\text{MM}}$S. Lukeš	4	42,4						0	3,2
48.	P. Martínek	2	3,1						0	3,1
49.–50.	D. Daubner	2	3,0						0	3,0
	M. Picek	2	3,0						0	3,0
51.–52.	M. Machalová	4	4,7						0	2,7
	M. Sejkorová	2	2,7						0	2,7
53.	A. Šebestíková	2	2,0						0	2,0
54.	J. Hrazdil	3	1,7						0	1,7
55.	Mgr.$^{\text{MM}}$J. Vala	3	22,5				0,0		0,0	1,0
56.	L. Kubacki	4	0,0						0	0

Sloupeček $\sum_{-1}$ je součet všech bodů získaných v našem semináři, $\sum_0$ je součet bodů v aktuální sérii a $\sum_1$ součet všech bodů v tomto ročníku. Tituly uvedené v předchozím textu slouží pouze pro účely M&M

Výsledková listina 23. ročníku

				Číslo						
Poř.	**Jméno**	**R.**	$\sum_{-1}$	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	$\sum_1$
1.	Doc.$^{\mathrm{MM}}$ A. Mlezivová	3.	105,5	14,0	5,8	7,4	6,3	4,0	12,5	50,0
2.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ K. Balej	2.	47,3	9,3	7,5	8,3	7,0	6,7	8,5	47,3
3.	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ P. Turinský	4.	70,1	14,0	6,1	5,6	6,2	6,7	6,0	44,6
4.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ B. Hroncová	2.	38,8	13,0	2,0	3,2	8,7	7,4	4,5	38,8
5.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ K. Rosická	2.	36,5	12,5	9,5	3,5	3,0	0	8,0	36,5
6.	Doc.$^{\mathrm{MM}}$ T. Domes	4.	110,8	0	0	8,4	8,0	12,0	5,0	33,4
7.	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ O. Knopp	3.	55,3	7,7	0	0	21,0	0	0	28,7
8.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ Z. Urbanová	3.	28,5	0	0	0	28,5	0	0	28,5
9.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ K. Čížková	3.	32,6	10,3	6,7	5,6	0	3,0	0,5	26,1
10.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ M. Holubička	1.	22,3	14,5	1,8	2,0	2,0	1,0	1,0	22,3
11.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ O. Buček	3.	40,2	9,3	0	0	2,0	9,6	1,0	21,9
12.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ R. Olšák	2.	21,8	9,0	3,0	3,8	6,0	0	0	21,8
13.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ V. Pavlíček	1.	21,3	15,5	2,8	0	3,0	0	0	21,3
14.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ J. Suchánek	3.	35,1	11,7	0	8,2	0	0	0	19,9
15.	Doc.$^{\mathrm{MM}}$ D. Krasula	4.	161,1	0	0	0	5,7	12,0	0	17,7
16.–17.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ J. Paidar	3.	35,8	6,3	4,0	6,4	0	0	0	16,7
	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ K. Vnuková	2.	16,7	16,7	0	0	0	0	0	16,7
18.	Doc.$^{\mathrm{MM}}$ P. Šimůnek	4.	159,0	11,5	1,3	1,5	2,0	0	0	16,3
19.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ J. Růžička	2.	22,2	5,5	0	7,4	3,3	0	0	16,2
20.	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ F. Čermák	3.	51,7	6,3	2,9	4,9	2,0	0	0	16,1
21.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ L. Kundratová	2.	42,7	5,4	0	4,0	6,0	0	0	15,4
22.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ R. Luc	4.	19,0	0	3,0	0	12,0	0	0	15,0
23.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ O. Gonzor	Z9.	14,2	5,7	5,5	0	0	3,0	0,0	14,2
24.–25.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ L. Bujnovská	3.	18,1	7,0	0	0	6,1	0	0	13,1
	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ Z. Lüköová	2.	13,1	9,5	3,6	0	0	0	0	13,1
26.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ M. Bukvaj	1.	13,0	13,0	0	0	0	0	0	13,0
27.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ T. Hladíková	3.	48,4	9,5	0,3	3,0	0	0	0	12,8
28.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ L. Kopfová	2.	31,7	6,7	0	4,0	2,0	0	0	12,7
29.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ B. Požár	3.	30,9	10,8	0	0	0	0	0	10,8
30.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ T. Kulichová	2.	10,2	8,2	2,0	0	0	0	0	10,2
31.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ J. Pallová	2.	28,8	6,5	3,0	0	0	0	0	9,5
32.–34.	F. Bialas	4.	9,0	0	0	0	9,0	0	0	9,0
	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ A. Neubauerová	3.	17,0	6,0	3,0	0	0	0	0	9,0
	V. Procházka	3.	9,0	9,0	0	0	0	0	0	9,0
35.	T. Drobil	2.	8,7	8,7	0	0	0	0	0	8,7
36.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ L. Vincenová	3.	45,5	5,4	3,0	0	0	0	0	8,4

Poř.	Jméno	R.	$\sum_{-1}$	Číslo 3	4	5	6	7	8	$\sum_1$
37.	Mgr.[MM] D. Chytilová	3.	28,8	8,0	0	0	0	0	0	8,0
38.	J. Heller	4.	7,5	7,5	0	0	0	0	0	7,5
39.	F. Kmječ	1.	7,4	0	1,5	0	0	0	5,9	7,4
40.	L. Šajnarová	3.	7,3	7,3	0	0	0	0	0	7,3
41.	J. Pelc	3.	7,0	7,0	0	0	0	0	0	7,0
42.	J. Šrejbr	1.	6,7	6,7	0	0	0	0	0	6,7
43.–44.	T. Dolák	4.	6,3	6,3	0	0	0	0	0	6,3
	T. Poláková	3.	6,3	0	2,8	0	0,0	0	3,5	6,3
45.	A. Mírková	2.	6,0	6,0	0	0	0	0	0	6,0
46.	Bc.[MM] F. Zajíc	4.	16,7	3,7	0	0	1,0	0	0	4,7
47.	Mgr.[MM] S. Lukeš	4.	42,4	3,2	0	0	0	0	0	3,2
48.	P. Martínek	2.	3,1	3,0	0,1	0	0	0	0	3,1
49.–50.	D. Daubner	2.	3,0	3,0	0	0	0	0	0	3,0
	M. Picek	2.	3,0	3,0	0	0	0	0	0	3,0
51.–52.	M. Machalová	4.	4,7	2,7	0	0	0	0	0	2,7
	M. Sejkorová	2.	2,7	2,7	0	0	0	0	0	2,7
53.	A. Šebestíková	2.	2,0	0	2,0	0	0	0	0	2,0
54.	J. Hrazdil	3.	1,7	0	0	0	1,7	0	0	1,7
55.	Mgr.[MM] J. Vala	3.	22,5	0	0	0	1,0	0	0,0	1,0
56.	L. Kubacki	4.	0,0	0	0,0	0	0	0	0	0,0

Sloupeček $\sum_{-1}$ je součet všech bodů získaných v našem semináři, $\sum_0$ je součet bodů v aktuální sérii a $\sum_1$ součet všech bodů v tomto ročníku. Tituly uvedené v předchozím textu slouží pouze pro účely M&M

Adresa redakce:

M&M, OVVP, MFF UK
Ke Karlovu 3
121 16 Praha 2

E-mail: `mam@matfyz.cz`
WWW: `http://mam.matfyz.cz`