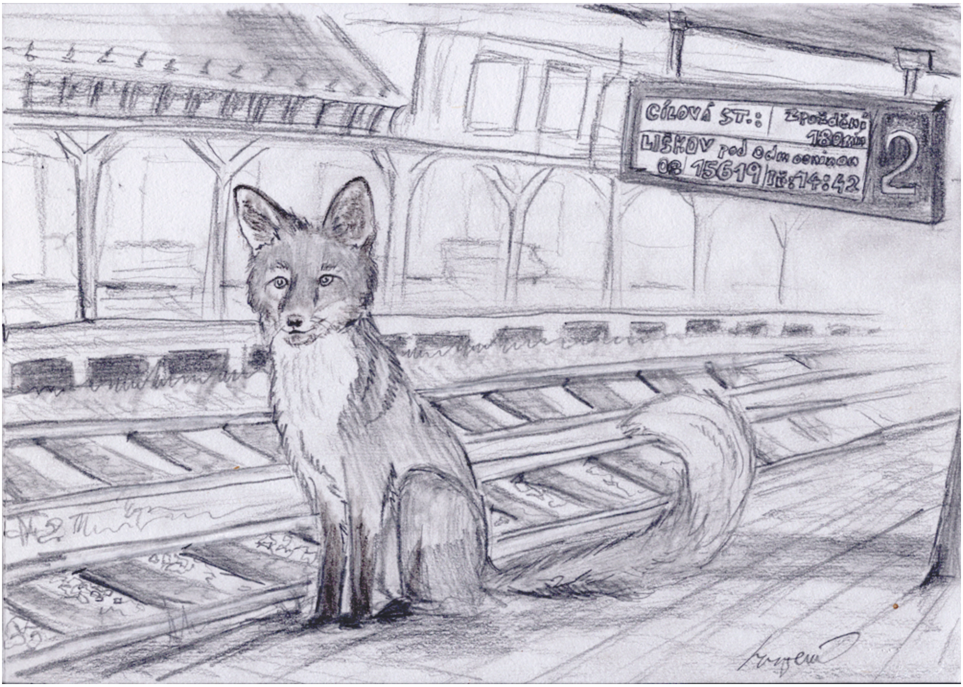
Studentský matematicko-fyzikální časopis

M&M

Ročník XX / Číslo 5



Riki na trati od Mgr.$^{\mathsf{MM}}$ Lindy Langerové

Časopis M&M a stejnojmenný korespondenční seminář je určen pro studenty středních škol, kteří se zajímají o matematiku, fyziku či informatiku. Během školního roku dostávají řešitelé zdarma čísla se zadáním úloh a témat k přemýšlení. Svá řešení odesílají k nám do redakce. My jejich příspěvky opravíme, obodujeme a pošleme zpět. Nejzajímavější řešení otiskujeme.

Zadání úloh

Termín odeslání páté série: 14. 4. 2014

„… S láskou, Tvá Patricie.“ Udělala poslední tah brkem a odložila ho vedle svíčky. Na mahagonový stůl dopadla slza. Sbalila list do ruličky, zapečetila a s úzkostí ve tváři ho předala svému nejvěrnějšímu sluhovi. Jak se ale dostat na místo určení? Všichni alespoň trochu soudní jedinci by se nikdy dobrovolně nevydali na tak nebezpečnou plavbu. Zoufale bloudil přístavem, když vtom mu svitla naděje. Malá loďka vezoucí ryby.

Úloha 5.1 – Převoz ryb (4b)

Chceme z přístavu X do přístavu Y převézt co nejvíce ryb. Vzdálenost mezi X a Y je 100 kilometrů, máme 300 kg ryb a loďku, která může vézt maximálně 100 kg nákladu. Námořníci ale navíc každý kilometr sní kilo ryb, jinak odmítají veslovat. Pokus se najít způsob, jak převézt co nejvíce ryb. Celou cestu plujeme podél pobřeží, přičemž ryby si můžeme kdekoliv na pobřeží odložit a poté opět vyzvednout, nikdo nám je nesní.

Tma, mlha, rozbouřené moře. Burácení vln náhle přerušila ohlušující rána. Loď se otřásla a spolu s ní i posádka. Všem bylo jasné, že hrozivý zvuk s sebou nepřinesl nic dobrého. Kdo půjde dolů zjistit následky?

Úloha 5.2 – Hlasování (4b)

Před tebou leží klobouk s N papírky. Na každém lístku je číslo od 1 do K, tedy hlas pro jednoho z K vybraných námořníků. Hlasování vyhraje jedinec, který získá nadpoloviční většinu hlasů. Vymysli co nejefektivnější algoritmus, který na vstupu dostane N čísel z množiny $\{1, \ldots, K\}$ (N i K mohou být velká čísla) a na výstupu oznámí číslo vítěze nebo odpoví, že nikdo zvolen nebyl. Jelikož si toho ovšem námořníci nedokáží moc zapamatovat, může si algoritmus uložit do paměti pouze konstantně mnoho čísel velikosti řádově N[1].

Mladého posla si však oblíbila bohyně štěstí a zdraví Amaranta, a tak se nepříliš rozsáhlé poškození trupu lodi podařilo opravit již za tři dny. To se však nezamlouvalo bohu zbabělců a ztroskotanců Prudenciovi… Na obzoru se objevila loď. Velká, temná, hrozivá. Piráti! Šance na záchranu – nulové. Královnin vzkaz se nesmí dostat do špatných rukou!

[1] Tato konstanta však nesmí být závislá na N ani K. Není tedy možné například spočítat, kolik měl každý hlasů, a vybrat maximum, jelikož by to vyžadovalo $\mathcal{O}(K)$ paměti.

Úloha 5.3 – Pálení listu (5b)

Jakou lupu bychom měli použít k zapálení obyčejného bílého papíru za jarního slunečného dne? Důležitý je sběrný průřez, ze kterého je sluneční světlo zaostřeno do jednoho bodu na papíře. Výsledek se pokuste co nejkvalifikovaněji odhadnout[2]. Můžete použít jakékoli prostředky (výpočet, vyhledávání na internetu nebo v literatuře, experiment), pravděpodobně je budete potřebovat zkombinovat. Svoje závěry podložte a na zdroje se odkazujte.

Krom mořských lupičů se však přihnal i velký černý mrak, který zadusil poslední plamínek naděje. Kapitán Rudovous hrdě třímal list s pečetí. Vítězoslavný úšklebek ale brzy vystřídalo rozhořčení. Na papíru se na něj posměšně culila změť neznámých symbolů.

Úloha 5.4 – Kód (4b)

Kolik existuje 1000-ciferných čísel, které obsahují pouze liché cifry a každé dvě sousední cifry se liší nejvýše o 2?

Řešení úloh

Úloha 3.1 – Lední mapa (4b)

Zadání:
Na mapě (nekonečné rovině) jsou vyznačeny příbytky medvědů. Pro každý z nich platí, že v jeho okolí se nachází právě tři další doupata ve vzdálenosti menší než 5 km. Kolik může být na mapě doupat?[3]

Řešení:
Nejprve si uvědomme, že na mapu můžeme umísťovat skupinky doupat, které jsou od sebe tak daleko, že se navzájem nijak neovlivňují. Pomocí této úvahy dokážeme nejprve, že na mapě může být $2k$ doupat, kde k je aspoň dva. (Určitě musí být na mapě aspoň 4 doupata.) Pokud vytvoříme skupinku čtyř doupat umístěných ve vrcholech čtverce o délce strany $4,9$ km, každý medvěd bude mít ve svém okolí právě tři sousedy. Pro šest medvědů vytvoříme konstelaci šesti doupat tak, že čtyři tvoří opět vrcholy čtverce o délce strany $4,9$ km a zbylá dvě doupata leží naproti sobě ve středech protějších hran tohoto čtverce. V tomto případě má každý medvěd právě tři sousedy (vzdálenosti medvědů na hranách čtverce jsou menší než pět, ale úhlopříčné vzdálenosti jsou už z Pythágorovy věty

[2] Ve fyzice pojmem odhadnout nemyslíme střílení od boku, ale zjednodušený výpočet na základě modelu, o kterém sice víte, že úplně přesně nepopisuje realitu, ale věříte, že je dostatečně blízko, a je dostatečně jednoduchý na to, abyste s ním byli schopni pracovat.

[3] Ptáme se na všechny možné počty, ne jen na příklad jednoho takového počtu.

příliš velké). Pomocí skupinek po čtyřech a šesti doupatech už snadno vyrobíme libovolnou kolonii o $2k$ doupatech. Pokud je k sudé, tedy $k = 2l$, pak dostaneme $2k = 2 \cdot 2l = 4l$, stačí nám tedy l skupinek po 4 medvědech. Pokud je k liché, tedy $k = 2l + 1$, dostaneme $2k = 4l + 2 = 6 + 4(l - 1)$, takže potřebujeme jednu šestici a $l - 1$ čtveřic.

Druhou a zajímavější částí řešení je dokázat, že na mapě nemůže být lichý počet doupat. Pokud jsou dvě doupata navzájem vzdálená méně než 5 km, spojíme je hranou (pomyslnou úsečkou). Aby byla splněna podmínka v zadání, musí z každého doupěte vycházet právě tři hrany. Dohromady máme tedy $\frac{3k}{2}$ hran, kde k je počet doupat, neboť každá hrana vede mezi dvěma doupaty. Počet hran ale musí být celé číslo a přitom $\frac{3k}{2}$ určitě není celé, protože k je liché. Tím dostáváme spor.

Řešením jsou tedy všechna sudá čísla větší než 2. *Pepa*

Úloha 3.2 – Rybaření (3b)

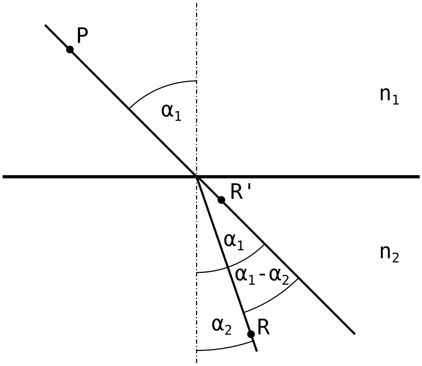
Zadání:
Zkoušeli jste někdy chytat ryby holýma rukama? Není to vůbec jednoduché … mj. proto, že ryba se nachází blíže a hlouběji než ji vidíme. Jak velká je odchylka zdánlivé polohy ryby od té skutečné? Jako bonus se můžete zamyslet nad tím, jakou nepřesnost vnesou do určení polohy ryby nerovnosti hladiny.

Řešení:
Pro jednoduchost budeme nejprve uvažovat dokonale rovnou hladinu. Výpočet úhlové odchylky zdánlivé polohy ryby je jednoduchou aplikací Snellova zákona (1), situace je znázorněna na obrázku 1. Toto měl téměř každý správně.

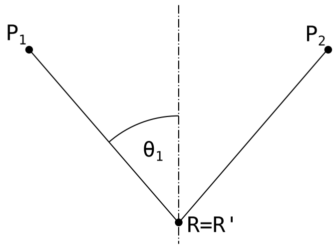
$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 \tag{1}$$

Ovšem vypočítat správně odchylku hloubky a vzdálenosti od pozorovatele již tak jednoduché není. Většina došlých řešení uvažovala buď konstantní optickou dráhu nebo stejnou vodorovnou složku zdánlivé a skutečné polohy ryby. Abychom zjistili, jaká je odchylka vodorovné složky polohy ryby vzhledem k pozorovateli, je nutné si uvědomit, jak funguje lidské (a medvědí) vnímání vzdálenosti. Pokud by byla ryba ve vzduchu, pozorovatel na ni zaostří svůj zrak a jeho mozek správně vyhodnotí vzdálenost k rybě (obr. 2). Ale protože je ryba ve vodě a pozorovatel ve vzduchu, dochází k lomu na rozhraní a situace se změní, viz obr. 3. Lidský mozek je tedy oklamán a vnímá rybu ve zdánlivé poloze R'. U medvědího mozku budeme předpokládat totéž, žádný z dotázaných medvědů bohužel nebyl schopen vyvést nás z případného omylu. Jednoduchými geometrickými úvahami dospějeme ke vztahu

$$R_y = \frac{R_x}{\tan \theta_2} = \frac{R'_y \tan \theta_1}{\tan \theta_2} \,.$$



Obrázek 1: Úhlová odchylka zdánlivé a skutečné polohy ryby. P je poloha pozorovatele, R je skutečná poloha ryby, R' je zdánlivá poloha ryby.



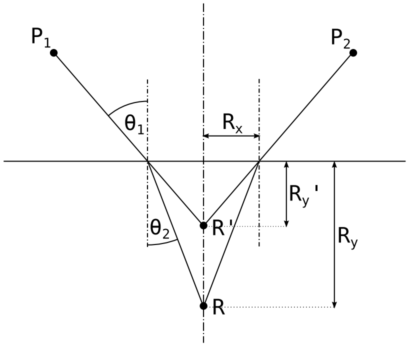
Obrázek 2: Pohled (shora) na rybu ve vzduchu. $P_{1,2}$ jsou oči pozorovatele, R a R' jsou skutečná a zdánlivá poloha ryby.

Pro malé úhly je $\tan\theta \doteq \sin\theta$. Úhly $\theta_{1,2}$ jsou malé, protože vzdálenost očí pozorovatele je několikanásobně menší než vzdálenost pozorovatele od ryby. Dosazením Snellova zákona tedy dostaneme vztah pro odchylku vodorovné vzdálenosti

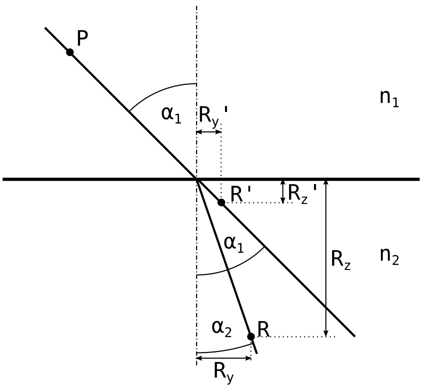
$$R'_y = R_y \frac{n_1}{n_2}\,. \tag{2}$$

Jak je to s odchylkou hloubky? Podívejme se na obrázek 4. Zajímá nás poměr R'_z/R_z. Jednoduchými geometrickými úvahami a aplikací výsledku (2) dostaneme

$$\frac{R'_z}{R_z} = \frac{R'_y}{R_z \tan\alpha_1} = \frac{R_y n_1}{R_z n_2 \tan\alpha_1} = \frac{R_z n_1 \tan\alpha_2}{R_z n_2 \tan\alpha_1} = \frac{n_1 \tan\alpha_2}{n_2 \tan\alpha_1}\,.$$



Obrázek 3: Pohled (shora) na rybu ve vodě. Značení je shodné s obrázkem 2.



Obrázek 4: Odchylka hloubky. Boční pohled. Značení jako na obr. 1.

Dosadíme ze Snellova zákona (1) a dostaneme

$$\frac{n_1 \tan \alpha_2}{n_2 \tan \alpha_1} = \frac{n_1 \frac{\sin \alpha_2}{\cos \alpha_2}}{n_2 \frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1}} = \frac{n_1^2 \cos \alpha_1}{n_2^2 \cos \alpha_2} = \frac{n_1^2 \cos \alpha_1}{n_2^2 \sqrt{1 - \left(\sin \left(\alpha_1 \frac{n_1}{n_2}\right)\right)^2}} \, .$$

což je hledaný vztah pro odchylku hloubky.

Výpočet pro zvlněnou hladinu by byl mnohem složitější, protože je potřeba najít všechny body na rozhraní, které vyhovují podmínce plynoucí ze Snellova zákona. V praxi se pro řešení takových problémů používá tzv. ray tracing, který iterativně simuluje průchod paprsků prostředím.

Jirka

Úloha 3.3 – Organizace skupinek (4b)

Zadání:

Ve skupině 30 medvědů se každý zná s alespoň 10 dalšími (tento vztah je vzájemný). Je možné je rozdělit do 2 až 3 členných skupinek tak, aby každý ve své skupince někoho znal?

Řešení:

Pokud si celou úlohu znázorníme graficky, pak vztahy tvoří graf o 30 vrcholech reprezentujících medvědy, kde každý vrchol má stupeň alespoň 10. Pokud jsou dva medvědi přátelé, povede mezi nimi hrana.

Ukážeme si algoritmus, jak skupinky vytvořit. Nejprve budeme tvořit dvojice, které se znají, dokud to jde. Poté možná zbudou některé vrcholy, které ještě v žádné dvojici nejsou. Budeme je tedy přidávat vždy k dvojici, kde někoho znají a tím budou vznikat trojice. Například pokud medvědi A, B byli ve dvojici $A-B$ a X zná A, vznikne trojice $X - A - B$. Pokud stále zbývají nějací osamocení medvědi, budeme tvořit čtveřice. Ovšem nové přátele budeme přidávat pouze ke krajním vrcholům v trojici, tedy nikdy ne k prostřednímu. Pokud by se například znali X a Y, mohli bychom rozšířit trojici $X - A - B$ na $Y - X - A - B$ (pokud by Y znal pouze A, nemohli bychom jej do této trojice přidat). Takovou čtveřici ovšem můžeme rozdělit na dvě dvojice $X - Y$ a $A - B$.

Stále tedy budeme mít pouze 2–3 členné skupinky. Zbývá tedy jen rozhodnout, zda takto můžeme vždy najít vhodné rozdělení. Aby některý vrchol nebylo možné přidat do žádné skupinky, muselo by všech jeho alespoň 10 přátel být prostředními členy trojic. To by ovšem znamenalo, že krom zařazovaného medvěda je tady ještě alespoň 30 dalších, tedy dohromady alespoň 31 medvědů. Jelikož jich je ale pouze 30, tato možnost nemůže nastat a každý vrchol můžeme zařadit do některé skupinky. Popsaný algoritmus na vytvoření skupinek tedy vždy funguje.

Konstrukcí jsme tedy pro obecný případ ukázali, že medvědy lze vždy rozdělit do 2–3 členných skupinek. *Honza Mikel*

Úloha 3.4 – Hra na hamouna (2b)

Zadání:

Pizza, kterou Valibuk s Barulkosem rozbalili, je nařezaná na 8 dílků. Dílky však jsou nařezané nerovnoměrně[4], a tak není snadné pizzu rozdělit. Dohodli se proto na následujícím postupu. Začne Valibuk a vybere si libovolný dílek pizzy. Potom se ve vybírání střídají, ale vždy musí zvolit jeden z dílků sousedních s už vyjedenou oblastí. A samozřejmě se oba snaží získat pizzy co nejvíc. Dokažte, že existuje strategie, při které Valibuk získá alespoň polovinu pizzy.

Řešení:

Dílky si popořadě očíslujeme 1 až 8 a uvažujeme dvě skupiny – liché a sudé dílky.

[4] Pizza tedy vypadá jako kruh s osmi výsečemi, řezy jdou jen od středu na okraj.

Všimněme si, že celková velikost alespoň jedné skupiny je nejméně polovina celé pizzy. Označme nějakou takovou skupinu A a zbylou B. Valibuk si na začátku vybere libovolný dílek ze skupiny A, s ním sousedí jen dílky ze skupiny B, jeden z nich tedy musí sníst Barulkos, tím odkryje dílek ze skupiny A, který opět zbaští Valibuk. A tak dále, dokud není pizza snězená. Valibuk sní celou skupinu A a ta, jak víme, je alespoň tak velká jako polovina pizzy.

Matěj

Úloha 3.5 – Riki (2b)

Zadání:
Zkuste na papír zachytit Rikiho[5] všední den, či zavzpomínat na jeho prázdninová dobrodružství.

Řešení:
Děkujeme všem za pěkné a inspirující obrázky, pár z nich můžete potkat na stránkách tohoto čísla. *Peťa*

Řešení témat

Téma 1 – Měření počasí

K tématu tentokrát přišel jediný příspěvek, a tím je ucelená rešerše Mgr.^{MM} Anety K. Lesné na téma smyslové vjemy spojené s počasím. Otiskujeme jej v plném znění.

Zvířata a předpověď počasí (7b)

Mgr.^{MM} Aneta K. Lesna

Každý si asi už někdy všiml změn chování některých zvířat, které často provázejí změny počasí, případně i například různé katastrofy. Zatímco příčiny některých z nich jsou poměrně jasné, velká část zůstává částečně záhadou. Některé hypotézy, snažící se tyto jevy vysvětlit, ale rozhodně stojí za zmínku. Je dobré si připomenout, že mnoho zvířat svými schopnostmi vnímání dalece předčí lidi. (Nemyslím tím „šesté smysly“ nebo mimosmyslové vnímání.) Jako příklad si uveďme psí čich nebo schopnost echolokace některých kytovců a netopýrů. Je tedy logické, že by některá zvířata měla mít bohaté možnosti předvídat počasí na základě vjemů.

Jedním z důležitých parametrů každého prostředí je vlhkost vzduchu. Pokud například žížaly zvýšenou vlhkost vzduchu zaznamenají, reagují často vylezením na povrch. Podobně se mohou zařídit i jiná zvířata. Vlhkost vzduchu ostatně relativně dobře vnímá i mnoho lidí.

[5] Riki je náš maskot, lišák, kterého potkáváte na ilustracích v každém čísle.

Velmi důležitým smyslem je i sluch. Lidé většinou slyší zvuky o frekvencích v rozmezí 20 Hz a 20 000 Hz (přibližně). Lidé středního věku většinou neslyší zvuky o frekvencích více než 14 000 Hz. Zajímavým využitím tohoto „hluchnutí“ je rozhánění vandalů a pouličních rváčů (většinou mladých lidí) nepříjemným pronikavým zvukem, který ale sami policisté neslyší. (Mladí kolegové patrně fasují špunty do uší.) Dobytek ale často slyší i zvuky o frekvencích okolo 40 000 Hz. Zvuky infrasonického rozsahu produkují například zemětřesné rázové vlny nebo mořské vlny. Hlubší smysl této informace je pravděpodobně jasný.

Přenesme se do roku 2004. V Asii vlna tsunami zabila mnoho lidí. Zajímavé ale je, že ty, kteří v tu dobu jeli na slonech, sloni často odnesli dále od břehu. To ale pravděpodobně nezapříčinil jejich sluch. Na blížící se katastrofu je zřejmě upozornilo něco jiného. Cítili vzdálené, neznámé vibrace, které je vyděsily a donutily k útěku. Většina těchto signalních mechanismů ale není příliš dobře prozkoumána. U slonů by mohla roli hrát jejich velká chodidla, kterými vibrace zachycují. (Tuto schopnost sloni využívají i v komunikaci.)[6] Ale co ostatní zvířata? Vědci zkoumají těla (orgány, nervovou soustavu, ...) mnoha druhů, které jsou pravděpodobně schopny detekovat vibrace, které lidé necítí. Tato teorie (detekce vibrací) dobře koexistuje s faktem, že mnoho zvířat s relativně nepříliš dobrým sluchem uniklo před tsunami „na poslední chvíli“. V lidech supersonické vibrace často vyvolávají například nevolnost. Zvířata je pravděpodobně vnímají jako předzvěst nebezpečí, a instinktivně prchají.

Podívejme se ještě na problematiku bouří. Přestože by jistou roli mohl opět hrát sluch (hurikány a bouřky mohou produkovat zvuky infrasonických frekvencí), pravděpodobnější je vysvětlení na základě detekce změn (barometrického, hydrostatického) tlaku. Například hurikány způsobují v oceánu (hlavně v menších hloubkách) velký pokles tlaku. Zvířata tomuto vystavená a zvyklá na určité podmínky mohou změny cítit a utéci do bezpečí. Skupina vědců během tropické bouře Gabrielle a hurikánu Charlie sledovala pohyby skupiny žraloků. Po poklesu barometrického tlaku o několik milibarů (což vyvolalo srovnatelnou změnu v hydrostatickém tlaku), se část žraloků přemístila do hlubších vod, které byly během bouře bezpečnější. Pokles barometrického tlaku evidentně cítí i ptáci a včely. Reagují ukrytím se v hnízdě nebo úlu. Ptáci této schopnosti využívají i k určení vhodné doby pro migraci.

Závěrem lze říci, že zvířata své „předpovědi“ většinou zakládají na všech možných i nemožných schopnostech, o nichž si lidé mohou často nechat jen zdát.

Zuzka

Téma 3 – FlatFox

V tomto čísle najdete velmi pěkná řešení dvou z online úloh Dr.$^{\mathsf{MM}}$ Pavla Součka, zvlášť pak nápadité řešení úlohy n-tého prvčísla. Zveřejňujeme též další příspěvek ze série Dr.$^{\mathsf{MM}}$ Dominika Krasuly, tentokrát na téma převodu mezi soustavami. V dalším článku, který již nezveřejňujeme, pak ještě ilustruje, jak s takto

[6] Pozn. red.: Tento způsob vnímání vibrací u slonů se často zařazuje pod sluch.

převedenými čísly provádět různé operace. Krom toho Dr.$^{\mathsf{MM}}$ Krasula lehce rozšířil některé výsledky ze svého minulého článku a o příbuzné kombinatorice. Na webu tématka najdete k oběma článkům obrázky i zdrojové soubory programů ve FlatFoxu a FlatFoxu++.

Tomáš

Násobení a n-té prvočíslo (8+4 b)

Dr.$^{\mathsf{MM}}$ Pavel Souček

Řešení úlohy Násobení

Při této hádance bylo opět potřeba nějak omezit počet kroků. K vysvětlení využiji zápis čísla ve dvojkové soustavě. Mějme tedy číslo v této soustavě, např. 1100101, což se taky dá napsat jako $2^0 + 2^2 + 2^5 + 2^6$. Pomocí postupného dělení jednoho činitele 2 zjistíme, jakým součtem mocnin 2 je tento činitel tvořen. Pomocí prvního dělení zjistíme (podle zbytku po dělení), jestli je v tomto součtu 2^0, a pak tedy k výsledku přičteme $2^0 \cdot$ (druhý činitel). Pomocí druhého dělení (dělíme výsledek po prvním dělení dvěma) zjistíme, jestli je v tomto součtu 2^1, a pak tedy k výsledku přičteme $2^1 \cdot$(druhý činitel) atd. Takto pokračujeme, dokud výsledek po dělení je 0. Vzhledem k použitému principu by pro některé kombinace vstupních čísel bylo výhodnější k začátku programu přidat podmínku, která by prohodila hodnoty R a G, pokud by G bylo menší než R.

Řešení úlohy n-té prvočíslo

Pro poslední hádanku je několik principů řešení. První z nich je jednoduché zkoušení s trochou podmínek pro urychlení. Na začátku jsou vyloučena dvě prvočísla (2 a 3), 2 je jediné sudé prvočíslo a 3, protože první dělitel, který program zkouší a chybně by ji označil za „neprvočíslo“. Hlavní cyklus zkouší dělit lichými čísly od 3, dokud není zbytek roven 0 nebo výsledek je menší než dělitel. (Pokud nejde o prvočíslo, tak minimálně jeden dělitel, který není 1, musí být menší než odmocnina z dělence. Jakmile bude dělitel větší než výsledek, bude dělitel také větší než odmocnina z dělence.)

Pomocí tohoto principu se určí, zda-li jde o prvočíslo. Pokud zkoumané číslo je prvočíslem, odečte se 1 od M a zkoumané číslo se zvětší o 2 (pokud není prvočíslem, pouze se zvětší o 2). Takto se pokračuje, dokud není registr M vynulován. Pak dojde k přehrání posledního prvočísla do R.

Druhá možnost také zkouší jedno číslo po druhém, ale pomocí Wilsonovy věty:

$$(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}.$$

Na začátku jsou opět vyloučena první dvě prvočísla. Do Y je nahrán 2!, do C je nahráno $p = 3$, faktoriál v Y je zvětšen na 4! a C je zvýšeno o 2 na 5. Y a C jsou nahrány do M a B a je vyzkoušeno, jestli zbytek po M děleno B je $C - 1$, pokud ano, je od G (odpočítává prvočísla) odečteno 1. Jakmile je G rovno 0, je poslední zkoumané číslo hledaným prvočíslem a je převedeno do R.

Tato metoda je rychlejší co do počtu kroků při vyšších R i 10 krát. Na čas, který reálně potřebuje tato metoda, po 1000. prvočísle začíná výrazně ztrácet oproti první metodě, protože 7000! je opravdu velké číslo.

Flatfox++ přinesl hlavně výrazné zrychlení jak v počtu kroků, ale i času samotného. Také snížil potřebu místa a registrů, jelikož pokud by se tyto úkoly dělaly v obyčejném Flatfoxu, jednoduše by byl nedostatek registrů, jelikož i ve Flatfoxu++ je při náročnějších operacích nedostatek registrů. Tento nedostatek se projevil například při chytrém dělení, což způsobilo větší náročnost na počet použitých políček.

Převody mezi soustavami (10 b)

Dr.^{MM} Dominik Krasula

Pozn. red.: Dr.^{MM} Krasula ve článku níže předpokládá desítkový zápis čísla jako základní, i když samotný emulátor FlatFoxu interně žádnou konkrétní soustavu nepreferuje – hodnoty jsou prostě čísla a matematické operace nad nimi jsou nezávislé na soustavě.

Desítkové vyjádření ale je speciální v tom, že jím jsou zobrazeny registry v samotném emulátoru, a pokud bychom takto chtěli „zobrazit“ číslo v jiné soustavě, museli bychom jeho hodnotu změnit tak, aby výsledný desítkový zápis popisoval původní číslo v jiné soustavě. Například pro „převod“ čísla 5 do dvojkové soustavy bychom nastavili $R = 101_{10}$, protože $5_{10} = 101_2$.

Úvod. Flatfox sice dokáže převést číslo do zápisu odpovídající nedesítkové soustavě, nicméně číslo v daném registru pořád chápe jako číslo v desítkové soustavě. Je to velký problém, zahrnující mnoho operací. Účelem článku není tento problém vyřešit, pouze chce ukázat, že nedesítkové soustavy nejsou pro flatfox zapovězeným tématem, a ukázat, jak se provádějí základní početní operace v jiných soustavách, a ukázat řešení některých základních problémů, které se nedají řešit v nedesítkové soustavě.

Převod z desítkové do nedesítkové soustavy. K převádění použijeme běžný algoritmus:

Mějme přirozené číslo n, to bude základem číselné soustavy, do které budeme převádět[7], číslo, které chceme převést, označíme k. Provedeme k/n, zbytek po dělení zapíšeme. Opět provedeme k/n, zbytek po dělení zapíšeme jako cifru vlevo od předešlé (aby byl výsledek ve vyšším řádu). Takto pokračujeme, dokud se k nevynuluje, potom končíme.

FlatFox neumí „zapsat výsledek vedle minulého výsledku“, to však můžeme jednoduše vyřešit. Zbytek po prvním dělení vynásobíme jednou, zbytek po druhém dělení vynásobíme deseti, po m-tém dělení vynásobíme 10^{m-1}. Takže výsledné zbytky „budou vedle sebe“. Dokonce takto může převádět i když $n > 10$, v tom

[7] Existují i číselné soustavy o základu, který není přirozeným číslem, nicméně v době psání článku nebyl žádný známý způsob jak ve FlatFoxu efektivně pracovat s necelými čísly.

případě zbytek násobíme $10^{p(m-1)}$, kde p je počet řádů čísla n (tedy pro $n = 83$ je $p = 2$, pro $n = 213$ je $p = 3$ a pod.).

Problém takového převodu je, že FlatFox nechápe, že jsme napsali číslo v n-kové soustavě, on stále vidí číslo v desítkové. Takže je problémové jej naučit s převedenými čísly provádět početní operace. Obvykle stačí nejdřív operaci provést v desítkové a pak převést do n-kové, ale existuje mnoho problémů, které se řeší v n-kových soustavách. Tento problém zatím čeká na svého řešitele.

Převod z nedesítkové do desítkové soustavy. Zde je naopak výhodou, že flatfox nechápe jiné soustavy. Máme-li třeba číslo 13321_n, FlatFox jej chápe jako běžné 13321, můžeme tedy běžně dělit deseti, a poté násobit mocninami n, tedy $1n^0 + 2n^1 + 3n^2 + 3n^3 + 1n^4$.

Převod z nedesítkové do nedesítkové. Nejjednodušší je nejprve číslo převést do desítkové soustavy a z ní pak do nedesítkové soustavy.

Téma 4 – Do hlubin

K tématu přispěl Dr.$^{\mathsf{MM}}$ Jakub Kušnír svým plánem mise, či spíše poznámkami k některým aspektům mise. Diskutuje vždy více možností řešení a uvádí jejich výhody a nevýhody. Ačkoli je to spíše takový soubor reakcí na otázky ze zadání, je vidět, že se autor skutečně zamyslel a dohledal si potřebné údaje, a ne že jen rychle sepsal, co ho zrovna napadlo při hodině dějepisu. A to se cení. Těším se ale na nějaký příspěvek podrobněji rozebírající některý z aspektů mise, např. *numerický* odhad potřebného paliva/hmotnosti závaží potřebného k cestě ponorky s danou hmotností a objemem na dno příkopu, nebo odhad, kolik kyslíku je potřeba mít s sebou, pokud má jeden člověk strávit daný čas v daném objemu ponorky, … zkrátka konkrétní čísla místo slibů.

Několik poznámek (7b)

Dr.$^{\mathsf{MM}}$ Jakub Kušnír

Navrhnem viacej možností do jednotlivých oblastí je ťažké povedať ktorá z možností je lepšia. Tak isto budem navrhovať malú ponorku s obmedzením časom ponoru a veľkú ponorku ktorú by asi nikto pre jej možnú cenu nechcel postaviť ale ľahko by sa pri nej riešili niektoré problémy.

1. Tvar: Možných tvarou je celkovo málo najlepší by bol guľoví tvar. Taktiež pripadá do úvahy tvar aký mal Deepsea challanger ktorý bol v Mariánskej priekope. Ako posledný mi napadol tvar bežných vojenských ponoriek a to valec zakončený poľ guľovými plochami.

2. Materiál: Materiál z ktorého bude ponorka zhotovená bude musieť vydržať tlak až okolo 107 MPa. Dosť som sa inšpiroval Deepsea Challanger-om ktorý bol postavený na odolanie tlaku až 114 MPa. Deepsea Challanger bol zhotovený z 64 mm hrubej ocele. Tiež by sa mohol použiť podľa mňa aj nejaký typ

uhlíku napr. grafén alebo nanotrubičky ale tie sa v takej miere nevyrábajú a sú drahé.[8] Takže ponorka by bola zostrojená z ocele.

3. Komunikácia: Použiť by sa dali extrémne dlhé vlny od 3Hz po 300Hz ktoré sa používajú na komunikáciu s ponorkami. V núdzovom prípade by sa dal použiť zvuk a to infra zvuk alebo sonar na vyslanie núdzového signálu alebo pri strate komunikácie cez rádiové vlny.[9]

4. Energia: Malá ponorka by bola vybavená batériami pokiaľ by bola postavená veľká ponorka o veľkosti vojenských ponoriek mohol by poháňať ponorku jadrový reaktor. Pri malej ponorke bude čas obmedzený hlavne množstvom energie a kyslíku pre posádku pri veľkej ponorke to budú hlavne zásoby. Spaľovací motor by som nepoužil kvôli tomu že by spaľoval kyslík ktorý potrebuje posádka.

5. Spotreba energie: Bude hlavne závisieť od množstva vedeckých prístrojov v ponorke tie budú spotrebovávať najviac energie po nich to bude hlavne komunikácia a pohon.[10] Bude treba aj určitú zásobu energie na pre prípad nejakej havárie.

6. Pohon a ponor: U malej ponorky sa môže použiť závažie ktoré ju dotiahne dole tak sa odpojí a ponorka sa vynorí. Na udržanie stálej rýchlosti a pohyb by sa dali použiť malé turbíny. U veľkej ponorky netreba vymýšľať nič nové záplavové komory na ponor a jedna vrtuľa na pohon.

7. Posádka: Robotou by som nevyužil je možná strata komunikácie. Tak posádka mala byť minimálne jeden človek. Pri veľkej ponorke by to mohli byť desiatky ľudí. Pri malej posádke a niekoľko hodinovej misii bude stačiť malá zásoba vody a nejakého jedla.

8. Výskum: Čím bude ponorka väčšia tak tím viac vedeckých prístrojov sa do nej bude dať umiestniť. Odoberať vzorky sa bude dať môcť cez robotické ruky. Vzorky sa budú testovať a skúmať na palube ponorky alebo až na hladine.

9. Vstup do ponorky: Bežné tesnenia by taký tlak nevydržali. Najlepšie by bolo keby sa vstupy utesnili pomocou tlaku vody ktorý bude na nich pôsobiť. Najlepší tvar bude kruhový. Prvotne by v ponorke alebo v pretlakovej vznikol

[8] Pozn. red.: Uhlíkové materiály jsou skutečně velmi drahé a jakožto makroskopický materiál nejsou ani nijak úžasné. Vysoké hodnoty mechanických parametrů, které občas na veřejnost probublají, odpovídají vlastnostem jedné nanotrubky nebo jednoho grafénového listu. Jsou však velmi zajímavé pro využití v kompozitech. Kompozitní materiál tvořený uhlíkovými nanotrubkami v polymerní matrici už může oceli směle konkurovat.

[9] Pozn. red.: Zajímalo by nás, jaký mají jednotlivé vlny dosah.

[10] Pozn. red.: Zajímalo by nás, jak autor k tomuto závěru došel. Má někdo představu, jaké má co energetické nároky? Mimochodem u vědeckých přístrojů se dá vždy zvážit, jestli je skutečně potřeba danou analýzu provádět na místě.

podtlak aby sa vstupy utesnili potom s hĺbkou by stúpal aj tlak a podtlak na utesnenie by už nebol potrebný.

10. Pozorovanie okolia: Pozorovať okolie by sa dalo pomocou sonaru a kamier umiestnených na robotických ramenách.

Zuzka

Riki hrající basketbal od Mgr.^{MM} Lucie Studené

Výsledková listina 3. čísla

Poř.	Jméno	R.	$\sum_{-1}$	r1	r2	r3	r4	r5	t1	t3	t4	$\sum_0$	$\sum_1$
				Úlohy									
1.	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ D. Krasula	1.	54							10		10	54
2.	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ P. Souček	2.	52		2		2			12		16	41
3.	Doc.$^{\mathrm{MM}}$ M. Calábková	3.	122	1			2					3	39
4.	Doc.$^{\mathrm{MM}}$ A. Šťastná	4.	120		3	4		2				9	31
5.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ L. Studená	4.	29	0	1	2	0	2				5	29
6.–7.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ A. K. Lesna	1.	26		1	0	0	1	7			9	26
	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ M. Lieskovský	4.	93									0	26
8.	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ P. Nácovský	3.	60	0	1		2					3	23
9.–10.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ O. Hollmann	4.	21									0	21
	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ V. Rozhoň	3.	21									0	21
11.	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ J. Kušnír	3.	61	0	0	0	0	1			7	8	20
12.–13.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ V. Bartovic	2.	13		0	0	0	1				1	13
	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ T. Paliesek	2.	13		3	1	0					4	13
14.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ D. Tanglová	1.	12	0	1	1	0	1				3	12
15.–17.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ J. Havelka	1.	11									0	11
	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ A. Hrušková	4.	67	3		3						6	11
	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ A. Teichmann	4.	20					2				2	11
18.–19.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ V. Končický	3.	10		1							1	10
	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ J. Václavek	2.	10									0	10
20.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ L. Langerová	3.	45					3				3	9
21.–22.	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ F. Homza	4.	95									0	8
	J. Liška	2.	8									0	8
23.–27.	K. Kolář	2.	8				2					2	5
	J. Nosková	4.	5									0	5
	A. Šedová	2.	5									0	5
	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ V. Václavík	4.	13				0					0	5
	Dr.$^{\mathrm{MM}}$ P. Vincena	3.	63									0	5
28.–33.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ J. Dittrich	2.	16		2		0					2	4
	R. Hlavinka	2.	4									0	4
	E. Klimentová	4.	4									0	4
	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ M. Poljak	2.	38									0	4
	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ V. Skoupý	4.	46		2							2	4
	J. Stanovský	2.	4									0	4
34.–36.	D. Dimitrov	3.	3									0	3
	Z. Svobodová	2.	3					1				1	3
	J. Škvára	3.	6									0	3

Poř.	Jméno	R.	$\sum_{-1}$	Úlohy r1	r2	r3	r4	r5	t1	t3	t4	$\sum_0$	$\sum_1$
37.–39.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ Z. Garčic	3.	12									0	2
	Doc.$^{\mathrm{MM}}$ J. Kadlec	3.	100									0	2
	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ M. Šafek	3.	14									0	2
40.–42.	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ K. Ilievová	3.	12									0	1
	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ J. Kolář	3.	11		1							1	1
	F. Zajíc	1.	1									0	1
43.–45.	Mgr.$^{\mathrm{MM}}$ J. Cerman	2.	33									0	0
	Bc.$^{\mathrm{MM}}$ D. Macháčová	4.	16									0	0
	M. Müller	4.	0									0	0

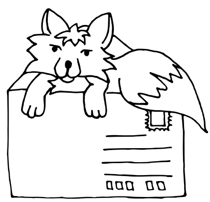
Sloupeček $\sum_{-1}$ je součet všech bodů získaných v našem semináři, $\sum_0$ je součet bodů v aktuální sérii a $\sum_1$ součet všech bodů v tomto ročníku. Tituly uvedené v předchozím textu slouží pouze pro účely M&M

Riki na saních od Org.$^{\mathrm{MM}}$ Matěje Kociána

Adresa redakce:

M&M, OVVP, UK MFF
Ke Karlovu 3
121 16 Praha 2

E-mail: `mam@matfyz.cz`
WWW: `http://mam.mff.cuni.cz`



Časopis M&M je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci Univerzity Karlovy, Matematicko-fyzikální fakulty a vydáván za podpory středočeské pobočky Jednoty českých matematiků a fyziků.