Studentský matematicko-fyzikální časopis

M&M

Ročník XVIII / Číslo 2

Časopis M&M a stejnojmenný korespondenční seminář je určen pro studenty středních škol, kteří se zajímají o matematiku, fyziku či informatiku. Během školního roku dostávají řešitelé zdarma čísla se zadáním úloh a témat k přemýšlení. Svá řešení odesílají k nám do redakce. My jejich příspěvky opravíme, obodujeme a pošleme zpět. Nejzajímavější řešení otiskujeme.

Vážení čtenáři,

po vzoru skutečných vědeckých časopisů jsme se rozhodli umožnit řešení témátek nejen jednotlivcům, ale také **řešitelským týmům**. Můžete tedy vymýšlet a psát články společně se spolužáky, kamarády či sourozenci. Věříme, že sdílení nápadů a vědomostí v týmu pro vás bude inspirativní a při řešení si užijete více zábavy.

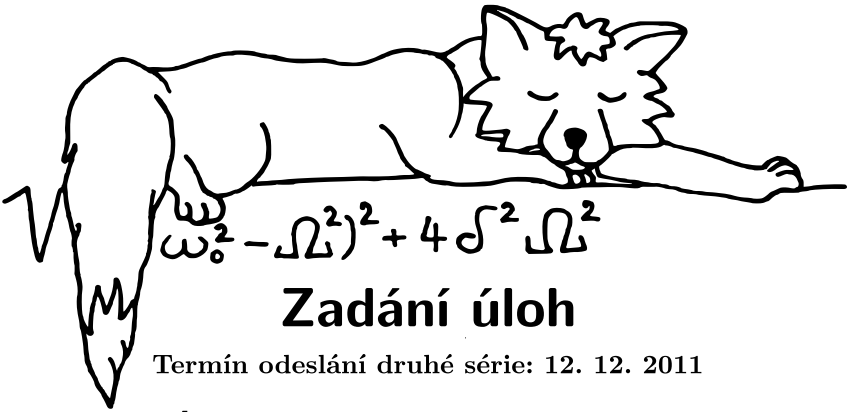
Zároveň bychom vás chtěli upozornit na **rozbíhající se turnaje k tématu 2 – Jezero**. K tomuto tématu vznikla na našem webu samostatná stránka, kde můžete nalézt ukázkové programy organizátorů, které můžete využít jako inspiraci pro zpracování vstupu a výstupu.

Také pro vás máme **informace o podzimním soustředění**. Uskuteční se v době od 12. do 20. listopadu 2011 na Jesenicku. Úspěšní řešitelé se můžou těšit na pozvánky ve svých schránkách a na svých e–mailech.

Na závěr bychom vás chtěli pozvat na **Den otevřených dveří** Matematicko–fyzikální fakulty Univerzity Karlovy, který proběhne 1. prosince 2011. Více informací o této akci naleznete na adrese `http://www.mff.cuni.cz/dod`.

Příjemný zážitek z tohoto čísla přejí

organizátoři M&M



Zadání úloh

Termín odeslání druhé série: 12. 12. 2011

Úloha 2.1 – Větrná smršť (3b)

Jan K. byl muž v nejlepších letech. Již několikátým rokem si ráno co ráno, předtím než půl hodiny po zařinčení budíku odcházel do práce, vyčistil zuby. Toho rána si vzpomněl, že má na nohou papuče, ještě než stihl zamknout vchodové dveře. Stejně jako činíval zhruba polovinu rán, si i dnes v tramvaji vyměnil levou botu za pravou, když mu začalo být podezřelé, že ho zase nějak tlačí. Za okny tramvaje se mihl dům, který Jana K. upoutal. V hlavě se mu mihl obraz zkázy, kde je dům ničen poryvy větru…

Pokoušel se odhadnout, jaká musí být rychlost vodorovně vanoucího větru, aby utrhl taškovou sedlovou střechu o sklonu 30°. Předpokládal, že vliv hřebů a podobných spojek je zanedbatelný oproti tíhové síle na střechu působící (jelikož jejich primárním účelem je, aby střecha držela tvar a nezhroutila se dolů, nikoli aby ji nevzal vítr). Zvládnete to vy?

Úloha 2.2 – Strany trojúhelníka (3b)

Ano, Jan K. byl duchem i profesí vědec. Po většinu času se tedy vyskytoval kdesi mimo realitu. Proto, když přišel do práce, byl velmi překvapen, že již není místa na jeho stole, kde by mohl pracovat. Zklamán touto banalitou každodenního života se pustil do úklidu. Když se dostatek stohů papíru octl na zemi, podíval se Jan K. na své dílo s uspokojením, když v tom zahlédl na jedné z hromad načrtnutý trojúhelník obklopený hromadou výpočtů.

Trojúhelník ABC má strany s délkami a, b, c. Najděte nutnou a postačující podmínku pro jeho úhly, aby také a^2, b^2 a c^2 byly délkami stran nějakého trojúhelníka.

Ještě chvíli se probíral výpočty a důkazy a pak zděšen zjistil, že má nejvyšší čas zajít na oběd. Hrachová polévka i rizoto byly vynikající, takže se Jan K. mohl (ne tak docela znovu) vrhnout do práce. Oblékl si plášť a zašel se podívat do genetické laboratoře, jak probíhá pokus, na jehož realizaci se podílel.

Úloha 2.3 – Z laboratoře (5b)

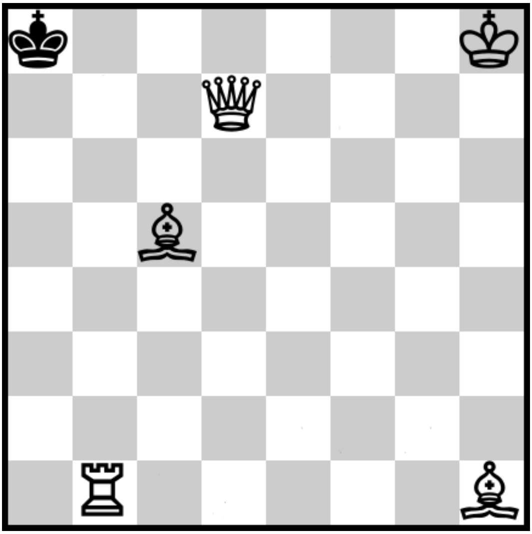
Vědci z biochemické laboratoře chtějí zkoumat dělení buněk. Začínají s jednou buňkou, která se rozdělí na blíže neurčený počet buněk dalších (náhodný, který ale už v okamžiku dělení zná) a při tom sama zanikne. Tento životní cyklus se následně opakuje i u dalších buněk, ty se však nemusí dělit najednou. Buňka se vždy dělí sama a s ostatními neinteraguje (ani na úrovni předávání informací). Jediná informace, kterou má, je ta, kterou jí předala rodičovská buňka, přičemž tato buňka může předat každému potomku informaci jinou.

Vědci potřebují jednotlivé buňky rozlišit. Jako vhodná metoda se jim z hlediska jejich pokusu jeví to, aby každá buňka měla jinak dlouhou DNA než jakákoli jiná (která může vzniknout v jakékoli generaci z kterékoli další buňky), ale nevědí, jak toho docílit. Pomůžete jim? Tedy otázka zní: Jakou informaci mají rodičovské buňky předávat, aby se vyloučila možnost, že se v populaci vyskytnou dvě stejně označené buňky (se stejně dlouhou DNA)?

Tohle je asi jeden z mých nejlepších algoritmů, říkal si, když již za tmy uspokojen i dnešním pracovním dnem vyrážel na pravidelnou úterní partii šachu. Když dorazil do klubu, jeho stálý protihráč seděl připraven na svém místě, takže partie mohla začít.

Úloha 2.4 – Šachová (2b)

Po konci šachové partie zůstaly rozloženy figurky tak, jak je nakresleno na obrázku. Poznáte, jak je šachovnice orientována (na které straně začínal bílý), pokud víte, že s věží na šachovnici bylo taženo pouze jednou?



Unaven se Jan K. vydal na cestu domů. K večeři mu posloužily ohřáté fazole z plechovky a poté spokojeně usnul.

Stejně tak spokojeně si mohla smrt odstřihnout další dílek z metru s nápisem Jan K.

Zadání témat

Téma 3 – Neznámy materiál

Vypadly na teba z obálky dva kúsky plechu? Ak nie, sťažuj sa Českej pošte a vzápätí na to aj nám, pošleme ti ďalšie. Oba vyzerajú ako nejaký kov, ale čo je to za materiál? Sú oba z rovnakého, alebo nie? Presne týmto otázkam sa budeme venovať v tejto téme.

A čo je teda problémom v tejto téme? No, základná otázka je: **Z akého materiálu je každý z plechov?** Ako to máme ale, čerta starého, zistiť? No, aký je to materiál zistíme z vhodných tabuliek a v tabuľkách ho vyhľadáme podľa nejakých vlastnosti. Už sa nám to začína celkom pekne rysovať. Jednak potrebujeme nájsť dostatočne podrobné tabuľky, veď len mosadzí sú desiatky rôznych druhov podľa pomeru množstva medi a zinku v zliatine a v tabuľkách pre stredné školy je mosadz jediná, no a okrem toho potrebujeme určiť nejaké vlastnosti dodaných vzoriek. Už len určiť hustotu vzorky dostatočne presne na to, aby to podľa tabuliek nemohlo byť hocičo od hliníku po zlato, bude jedna veľká výzva. A čo tak určiť elektrický odpor a teda vodivosť? Prostým pripojením ohmmetra to nepôjde, na to sú vzorky príliš vodivé. Zmerať mernú tepelnú kapacitu bude tiež zložitý oriešok. Fantázii a zisťovaným vlastnostiam sa medze nekladú.

Nestačí ti na niečo vybavenie doma? Skús od učiteľa získať prístup do fyzikálnych, alebo chemických (čo tak rozpustnosť v rôznych kyselinách) laboratórií na škole a zmerať to tam. Ak ti napadne skvelý experiment, na ktorý ale nemáš šancu získať pomôcky, neboj sa nám poslať aspoň dostatočne podrobný popis experimentu – návod, ako ho vykonať. Ak sa nám ho podarí uskutočniť v laboratóriách na matfyze, pošleme ti, a na stránkach zverejníme, výsledky.

Takže si to zhrňme. Cieľom tématka je určiť materiál, z ktorého sa vzorky skladajú. Aby sa nám to ale podarilo, potrebujeme dostatočne presne určiť jeho vlastnosti, podľa ktorých ho vyhľadáme v tabuľkách. Otvorené problémy na začiatok teda sú:

- Sú obe vzorky z toho istého materiálu, alebo z rôzneho?
- Kde nájsť dostatočne podrobné tabuľky vlastností materiálov, presnejšie kovov?
- Čo najpresnejšie[1] určiť hustotu.
- Čo najpresnejšie určiť vodivosť.
- Určiť ľubovoľné ďalšie fyzikálne či chemické parametre.
- Vymyslieť (či vyhľadať) prakticky ľubovoľný experiment, pri ktorom je možné určiť niektorú z vlastností. Pokiaľ ho sám nevykonáš, môže slúžiť ako inšpirácia pre iného riešiteľa.
- Dostatočne podrobne popísať experiment, ktorý nemáš šancu vykonať doma alebo v škole, ale na ktorý by sme mohli mať prostriedky na matfyze.

Len pripomínam, že ťažko bude v silách jediného riešiteľa (alebo riešiteľského tímu) vyriešiť všetky ponúknuté body zároveň. Ale preto je to tématko. Pusť sa hoci do jedného z nich a výsledky výskumu nám pošli, možno pomôžu ostatným.

Jeffer

Téma 4 – Sociální sítě

aneb jaký průměr má Česká republika?

Když paní A z Horních Kotěhůlek předevčírem plela zahrádku, byla osvícena, a najednou znala odpověď na nejdůležitější otázku života, vesmíru a vůbec. Samozřejmě si ji nemohla nechat pro sebe, a tak ji rovnou pověděla přes plot své sousedce, paní B. Ta to zase vyklopila svému muži, panu C, hned jak přišel domů z práce, a pan C to zase řekl večer na fotbale svým kamarádům D, E a F. Pánové E a F nejsou pro zbytek našeho příběhu až tak důležití, ale pan D, pracující v Dolních Kotěhůlkách, se tím, že onu úžasnou novinku následující

[1] Ako spočítať chybu merania nájdeš na stranách 5 až 7, 1. čísla XIV. ročníka M&M v článku „Jak zpracovávat vaše měření".

den vykládal v práci kolegům G a H a kolegyním I, J a K, postaral o to, že zpráva opustila Horní Kotěhůlky a mohla se šířit dál. Paní K ji totiž pověděla svým dětem L a M a její dcera L ji dnes ráno vykládala svým spolužačkám N, O, P a Q ve škole v Městečku. Slečna Q tu novinku ještě stihla sdělit svému bratrovi R, který studuje na matfyzu a odpoledne odjížděl do Prahy na koleje. No a R to večer v Praze řekl svému spolubydlícímu S, který je organizátorem M&M. A tak se ona zpráva donesla i organizátorům M&M, kteří ani nevědí, kde leží Kotěhůlky.

Zkrátka a dobře, některé zprávy se umí šířit nečekaně rychle a daleko jenom tím, že to lidé řeknou svým známým, a ti to zase řeknou svým známým, a ti to řeknou svým známým a… Je fakt, že známí známých známých známých už dost možná uslyší zprávu, která s tou původní nemá mnoho společného, ale tím se teď nebudeme zabývat. Čím se budeme zabývat je měření, počítání, odhadování a vůbec zjišťování, kolik lidí by vlastně zprávu dostalo, kdybyste ji řekli všem svým známým, a ti zase svým známým, jakou vzdálenost by taková zpráva urazila a kolikrát by se zpráva musela takto předat, aby se ji dověděl každý z České republiky.

První otázkou, nad kterou se můžete zamyslet, je, jak vůbec spočítat počet známých známých. Člověk tak ještě zvládne spočítat svoje známé, ale přesvědčit všechny své známé, aby spočítali své známé, a ještě navíc zjistit, zda je někdo, koho možná ani neznáte, společný známý vašich pěti, nebo deseti přátel, už není v lidských silách. (Pokud dotyčný nežije sám na opuštěném ostrově.) Proto bude potřeba nejen získat co nejvíc informací, ale i odhadovat a extrapolovat.

Sociální vzdálenost

Pokud bychom chtěli počítat nejenom známé známých, ale i známé známých známých a tak dále, tak nejenom, že jich bude víc a budou se hůř počítat, ale navíc bychom působili dojmem zaseknuté gramofonové desky, jakmile bychom o tom začali mluvit. Proto zavedeme následující metriku: o lidech, kteří se vzájemně znají, budeme říkat, že jsou od sebe v *sociální vzdálenosti* 1. Lidé, kteří mají společného známého, ale přitom se neznají, jsou v sociální vzdálenosti 2 a tak dále. Obecně řečeno, dva lidé O_0 a O_k jsou od sebe v sociální vzdálenosti k, pokud k je nejmenší číslo, pro které existují osoby O_1 až O_{k-1}, takové, že O_1 se zná s O_2, O_2 se zná s O_3,… a O_{k-1} se zná s O_k.

Průměr a fyzická vzdálenost

S touto definicí můžeme položit druhou otázku k zamyšlení: jaká je maximální sociální vzdálenost mezi dvěma obyvateli České republiky? Této vzdálenosti budeme říkat průměr. Abychom se vyhnuli okrajovým případům, jako jsou cizinci, kteří zatím nikoho neznají, dovolme si zanedbat až 5 % populace. O něco jednodušší (ale stále zajímavá) je otázka, jaký je průměr vaší vesnice nebo města.

Třetí otázkou je, jak spolu souvisí vzdálenost sociální a geografická. Platí například, že lidé, kteří od sebe bydlí 20 km daleko, mají průměrně dvakrát větší sociální vzdálenost než ti, kteří od sebe bydlí jen 10 km daleko?

Můžeme to i obrátit – jaké je rozložení vzdáleností (tzv. histogram) bydlišť vašich známých od vašeho bydliště? Tedy, kolik jich bydlí do 5 km, 10 km, 20 km, 50 km, … Jak by to vypadalo, pokud bychom uvážili sociální vzdálenost 2 nebo více?

Různé sítě a jejich vlastnosti

Zajímavých sítí je vícero: je možné měřit nejen známé, ale třeba i *příbuznost* (řekněme, že sourozenci a rodiče mají mezi sebou vzdálenost 1, ostatní podle nejkratšího řetězu těchto vztahů), „přátelství“ na internetových sociálních sítích a nebo třeba kdo má na koho zapsáno telefonní číslo.

Ne každá z těchto sítí je stejně zajímavá, ale pokud byste u některé sítě měli snažší přístup k datům, nebo měli nápad, jak pokusy provádět, směle do toho.

Asi tušíte, že existují velké skupiny, kde se všichni (nebo skoro všichni) navzájem znají. Takovým skupinám se říká *kliky*. Jaké a jak velké kliky se vyskytují ve vašem okolí? Jaké největší kliky se na světě asi vyskytují? Nezapomeňte dospecifikovat, co přesně už považujete za kliku.

Namátkou vyberme další zajímavé vlastnosti, například: Jaká je *průměrná vzdálenost* mezi dvěma náhodně vybranými lidmi? O kolik bude v obecné síti menší než vzdálenost těch nejvzdálenějších? Kolik máte s člověkem v sociální vzdálenosti 1 či 2 společných známých?

Totéž jako graf

Naše sítě lze dobře popsat v teorii grafů: Sociální síť můžete vnímat jako graf, kde lidé jsou *vrcholy grafu* a dva lidé jsou spojení *hranou* právě tehdy, pokud se znají. Sociální vzdálenost je pak totéž co vzdálenost v grafu a počet známých je stupeň vrcholu.

Přirozeně se nabízí otázka, jaké další parametry by mělo smysl měřit na grafech takovýchto velkých sítí a jak různé grafové parametry odpovídají zajímavým reálným vlastnostem?

Modelování

Na závěr ještě dodejme, že měřením to vše zdaleka nekončí. Se znalostmi některých vlastností sítí je možné je *modelovat*, tedy navrhnout zjednodušený matematický model, který se strukturou podobá skutečnosti, a sledovat další vlastnosti na sítích náhodně vygenerovaných podle tohoto modelu. S tím je ale potřeba být velmi opatrný – není snadné zvolit jak, kde, kdy a s jakou pravděpodobností vznikají kontakty tak, aby výsledky odpovídaly skutečnosti. Blíže se k tomuto tématu vrátíme příště, až od vás budeme mít první články.

Těšíme se na vaše experimenty, odhady, nápady a závěry.

Tereza a Tomáš

Seriál o číslicových obvodech

II. díl – Karnaughovy mapy a číselné soustavy

V tomto dílu našeho seriálu naleznete dokončení článku z prvního čísla. Ukážeme si, jak je možné vyjádřit danou pravdivostní tabulku co nejúspornějším výrazem, a v druhé části tohoto dílu se dozvíte, jak převádět čísla mezi různými číselnými soustavami. Na konci článku samozřejmě naleznete úlohu, která prověří vaše porozumění textu.

V příštím čísle se už konečně vrhneme na číslicové obvody a povíme si něco o kombinačních a sekvenčních obvodech.

Karnaughovy mapy

V minulém dílu jsme ukázali, jak můžeme libovolnou pravdivostní tabulku vyjádřit pomocí matematického vztahu. Tyto převody jsou pro svou mechaničnost poměrně jednoduché, ovšem co do složitosti výsledného výrazu ne moc praktické. Nyní si ukážeme, jak tyto výrazy zjednodušit.

V minulém čísle jsme uvedli výraz

$$f = \overline{x} \cdot y \cdot z + x \cdot \overline{y} \cdot z + x \cdot y \cdot \overline{z} + x \cdot y \cdot z\,,$$

z posledních dvou členů vytkneme výraz $x \cdot y$ a dostaneme

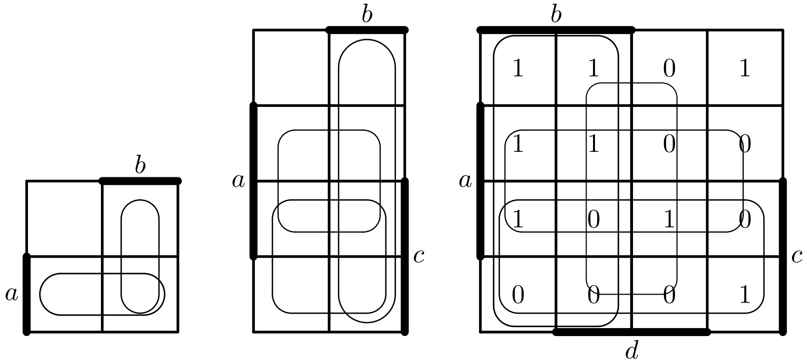
$$f = \overline{x} \cdot y \cdot z + x \cdot \overline{y} \cdot z + x \cdot y \cdot (\overline{z} + z)\,.$$

Uvážíme-li, že výraz $\overline{z} + z$ má vždy hodnotu logické jedničky, která je zároveň neutrálním prvkem logického součtu (nebo–li $a \cdot 1 = a$), pak jistě můžeme náš výraz zjednodušit do podoby

$$f = \overline{x} \cdot y \cdot z + x \cdot \overline{y} \cdot z + x \cdot y\,.$$

Tohoto principu využijeme vzápětí, kde si představíme metodu Karnaughových map. Mějme dánu pravdivostní tabulku c2.1, která nám popisuje funkci $g(a, b, c, d)$. Tuto funkci chceme převést na matematický výraz. Velikost této tabulky závisí na počtu vstupních bitů n. Pro n vstupních bitů máme celkem 2^n možností vstupu. Pravdivostní tabulku přepíšeme tak, že místo 2^n řádků vytvoříme mřížku velikosti $x \times y$, přičemž $xy = 2^n$ a x je maximálně dvakrát větší než y. Tuto tabulku si pak rozdělíme na n oblastí o velikosti 2^{n-1} tak, aby se každé dvě buňky tabulky lišily alespoň o jednu oblast, ve které leží. Příklady rozdělení tabulky pro $n = 2$, 3 a 4 jsou na obrázku c2.1.

Každá buňka představuje jeden řádek původní pravdivostní tabulky a každá oblast odpovídá buňkám, pro které nabývá daný vstupní bit hodnoty logické jedničky. Doplněk této oblasti jsou buňky, kde vstupní bit nabývá hodnoty logické nuly. Pravdivostní tabulka c2.1 je převedena do mřížky na obrázku c2.1.

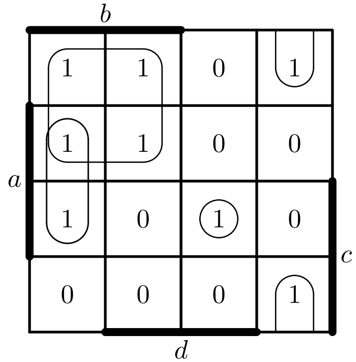


Obr. c2.1 – Příklady rozložení tabulek pro $n = 2$, 3 a 4, s vyplněním tabulky 4×4 podle pravdivostní tabulky c2.1.

a	b	c	d	$g(a, b, c, d)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Tabulka c2.1: Pravdivostní tabulky pro funkci $g(a, b, c)$.

Toto grafické znázornění nám umožní vyhledat „shluky jedniček“. Jedná se obdélníkové oblasti o velikosti $i \times j$, $i = 2^k$, $j = 2^l$, $k, l \in \mathbb{N}_0$, které jsou zaplněny samými jedničkami. Při hledání těchto oblastí na sebe pomyslně napojíme svislé (resp. vodorovné) okraje tabulky. Tyto oblasti jsou znázorněny na obrázku c2.2.



Obr. c2.2 – Karnaughova mapa se znázorněnými shluky jedniček.

Z každého shluku určíme jeden člen ve výsedném výrazu. Pokud máme shluk větší než 1×1, shluk nezávisí na některé ze vstupních proměnných. Obecně platí, že čím větší shluk, tím jednodušší výraz dostaneme. Shluk velikosti $2^k \times 2^l$ závisí na $n - k - l$ vstupních proměnných.

Funkci $g(a, b, c, d)$ můžeme vyjádřit vztahem

$$g = b \cdot \overline{c} + a \cdot b \cdot \overline{d} + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{d} + a \cdot \overline{b} \cdot c \cdot d\,.$$

Číselné soustavy

Možná vás někdy napadlo, proč lidé používají právě desítkovou soustavu. Důvod je jednoduchý, stačí se podívat na počet vašich prstů. Mnohdy by se nám ale hodilo používat jinou soustavu. Třeba u číslicových obvodů nemáme deset stavů jako u prstů, ale pouze dva.

Každé přirozené číslo x, které máme v Z–tové soustavě ($Z \in \mathbb{N}$) vyjádřeno pomocí číslic z_1, z_2, …, z_n ($z_i \in \mathbb{N}_0, z_i < Z,\ \ \forall i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$) tak, že z_n je nejvyšší číslice a z_1 je nejnižší číslice, můžeme zapsat jako

$$(x)_Z = z_n \cdot Z^n + z_{n-1} \cdot Z^{n-1} + \ldots + z_1 \cdot Z + z_0\,.$$

Zápis čísla x v dané soustavě je v podstatě hledání vhodných číslic z_i. Symbolem $()_Z$ značíme, že číslo vyjadřujeme v Z–tové soustavě.

Na začátku jsme si dali podmínku $x \in \mathbb{N}_0$. Pro $x \in \mathbb{R}^+$ můžeme zápis zobecnit

$$(x)_Z = z_n \cdot Z^n + z_{n-1} \cdot Z^{n-1} + \ldots + z_{m+1} \cdot Z^{m+1} + z_m \cdot Z^m\,,$$

s podmínkami $n, m \in \mathbb{Z}$, $m < 0$. Připouštíme tak i desetinná čísla[2].

[2] Tato definice není zcela korektní, protože nastanou problémy s nekonečny, proto tento odstavec berte jako nástin správného postupu.

Nás bude zajímat především dvojková soustava. Zmiňované přirozené číslo x bychom tak zapsali pomocí číslic b_1, b_2, ..., b_n jako

$$(x)_2 = b_n \cdot 2^n + b_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \ldots + b_2 \cdot 2 + b_1 \,.$$

Je zřejmé, že číslice b mohou nabývat pouze hodnot 0 a 1.

Nejčastěji budeme převádět čísla z desítkové do dvojkové soustavy. Postupů je několik. Nejjednodušší je postupně číslo celočíselně dělit dvěma. Zbytek po dělení nám postupně dává číslice b_1, b_2, ..., b_n. Stejný postup můžeme použít pro převod do jiné soustavy o základu Z. Je zřejmé, že automaticky je splněna podmínka $z_i < Z$.

Čísla ve dvojkové soustavě jsou v počítačích ukládána tak, že máme vyhrazený určitý počet bitů. Můžeme si to představit jako chlívky, do kterých můžeme zapsat jedničku či nulu. Pro n bitů můžeme uložit čísla od 0 do[3] $2^n - 1$.

Pokud bychom chtěli ukládat jak kladná, tak záporná čísla do n bitů, tak musíme číslice ukládat jinak. Můžeme vyčlenit například nejvyšší bit pro znaménko (např. $(1011)_2$ by představovalo $(-3)_{10}$ a $(0011)_2 = (3)_{10}$), tak se nám rozsah čísel zmenší od -2^{n-1} do 2^{n-1}. Nevýhodou tohoto značení je, že máme nejednoznačně určenou nulu, respektive máme jak kladnou ($(0000)_2$), tak zápornou nulu ($(1000)_2$). Proto je vhodnější používat tzv. dvojkový doplněk. Jeho užití si ukážeme na příkladu. Chceme-li zapsat -3 ve čtyřech bitech, tak si nejdříve vyjádříme trojku klasicky $(3)_{10} = (0011)_2$. Pak všechny jedničky vyměníme za nuly a nuly za jedničky[4] a k výslednému číslu přičteme bitově jedničku. $(-3)_{10} = (1100 + 1)_2 = (1101)_2$. Výhodou tohoto zápisu je také to, že $(-1)_{10} = (1111)_2$ a platí $(-1 + 1)_{10} = (1111 + 0001)_2 = (0000)_2$.

Vedle desítkové a dvojkové soustavy se můžeme v literatuře setkat také s šestnáctkovou soustavou. Kouzlo této soustavy je v tom, že můžeme velmi snadno převádět z šestnáctkové do dvojkové soustavy. Každá číslice v šestnáctkové soustavě představuje čtyři číslice v dvojkové soustavě. Platí tedy např. $(42)_{10} = (2\mathrm{A})_{16} = (00101010)_2$ (pro číslici „deset“ se používá označení A, „jedenáct“ je B, ..., „patnáct“ je F).

Je ale také možné použít úplně jinou soustavu, ve které při převodu číslice nenásobíme čísly Z^n, Z^{n-1}, ... , ale například čísly z Fibonacciho posloupnosti. Pak ale nemůžeme použít zmiňovaný algoritmus pro převod z desítkové soustavy a nemáme zaručenu jednoznačnost zápisu.

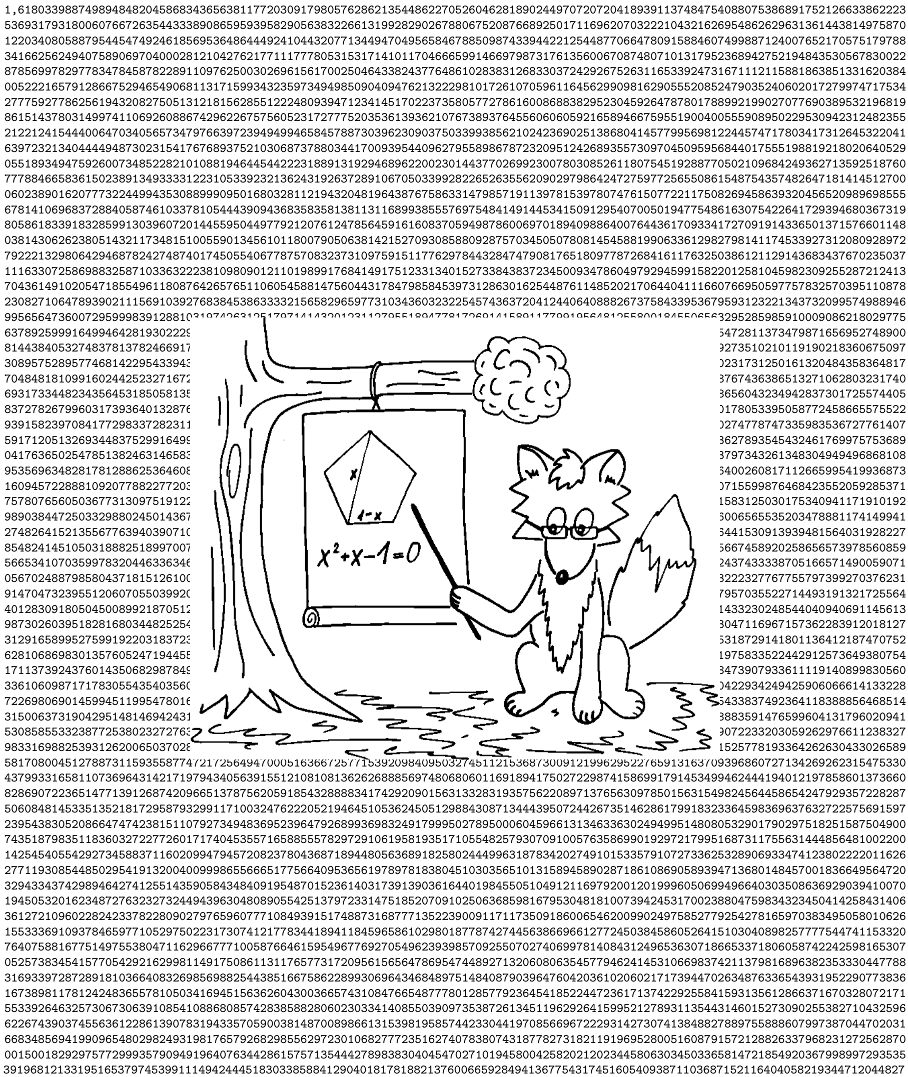
(R)adim

Úloha 2.5 – Porovnávání čísel (2b)

Napište výraz, který v závislosti na bitech čísel X a Y nabývá hodnoty logické jedničky, pokud $X > Y$. X je tříbitové číslo abc a Y je dvoubitové číslo de, čísla X a Y jsou zapsána ve dvojkové soustavě ($a, \ldots, e \in \{0, 1\}$).

[3] Maximální počet čísel můžeme určit jako počet variaci s opakováním.

[4] Provedeme bitovou negaci.



Adresa redakce:

M&M, OVVP, UK MFF
Ke Karlovu 3
121 16 Praha 2

Telefon: +420 221 911 235
E-mail: `MaM@atrey.karlin.mff.cuni.cz`
WWW: `http://mam.mff.cuni.cz`

Časopis M&M je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci Univerzity Karlovy, Matematicko-fyzikální fakulty a vydáván za podpory středočeské pobočky Jednoty českých matematiků a fyziků.