

Časopis M&M je určen pro studenty středních škol, kteří se zajímají o matematiku, fyziku či informatiku. Během školního roku dostávají řešitelé zdarma čísla se zadáním úloh a témat k přemýšlení. Svá řešení odesílají k nám do redakce. My jejich příspěvky opravíme, obodujeme a pošleme zpět. Nejzajímavější řešení otiskujeme.

Milá kamarádko, milý kamaráde!

Zajímáš se o matematiku, fyziku nebo programování? Rád(a) přemýšlíš nad zapeklitými problémy a neobvyklými úlohami? Chceš poznat nové kamarády a kamarádky s podobnými zájmy? Pak je časopis M&M právě pro tebe!

Časopis M&M

M&M je korespondenční seminář a zároveň studentský časopis zaměřený na matematiku, fyziku a informatiku. Pokud se rozhodneš zapojit, budeme ti v průběhu roku posílat poštou (samozřejmě zdarma) nová čísla se zadáním a řešením úloh a témat. Zároveň je budeme zveřejňovat na našich webových stránkách. Budeš pak mít zhruba měsíc na přemýšlení a v termínu, který je uveden na začátku každého čísla, pošleš svoje řešení na adresu redakce. S dalším vydáním časopisu ti přijdou tvé příspěvky zpět opravené a obodované.

Úlohy

V každém čísle otiskujeme zadání několika úloh. Nejsou to obyčejné příklady z hodin matematiky a fyziky. Některé vyžadují hlubší zamyšlení, v jiných musíš odhalit logický trik, v dalších si trochu započítáš. Bodové hodnocení úlohy, zpravidla 1–5 bodů, je uvedeno vedle jejího názvu. Za elegantní nebo zajímavé řešení však můžeš dostat bodovou prémii. Pokud řešením úloh jedné série dosáhneš určité bodové hranice (několik pětín celkového uvedeného počtu bodů za úlohy), dostaneš nějaký bonus s ohledem na to, v kolikátém jsi ročníku na čtyřletém gymnáziu (pokud jsi v nižším ročníku, řadíme tě mezi prváky), a to podle následující tabulky:

ročník	1/5 b	2/5 b	3/5 b	4/5 b	5/5 b
1	+1 b	+2 b	+3 b	+4 b	+5 b
2	0	+1 b	+2 b	+3 b	+4 b
3	0	0	+1 b	+2 b	+3 b
4	0	0	0	+1 b	+2 b

Témata

Jistou zvláštností našeho semináře jsou témata. Vlastními silami v nich prozkoumáš fyzikální zákonitosti, objevíš matematické vztahy nebo napíšeš program. V prvním čísle jsou zadána lichá témata (ta se pak budou objevovat jen v lichých číslech), ve druhém sudá (která potkáš v sudých číslech našeho časopisu). Každé z nich začíná úvodní úlohou, která je formulována poměrně široce a měla by být především námětem k přemýšlení. Můžeš nám poslat jak řešení úvodní úlohy, tak řešení dalších problémů, které si v rámci tématu sám vymyslíš. Pokud se nám bude tvůj příspěvek líbit, uveřejníme jej v dalším lichém, resp. sudém čísle. Příspěvek k tématu můžeš zaslat kdykoli během roku. Počet tvých příspěvků k jednomu tématu není nijak omezen – své úvahy můžeš dále rozvíjet, doplňovat, případně poopravit nebo úplně vyvrátit. Můžeš též reagovat na články svých kolegů nebo využít jejich výsledky ve svém dalším řešení.

Za kvalitní otištěný článek lze získat i 20 bodů – hodnotíme nejen správnost, ale i dobrý nápad a snahu téma rozvinout. Důležitá je forma tvého vědeckého článku, píšeš přece do časopisu :-). V tomto čísle ti přinášíme návod, jak takový článek napsat. Pokud se toho budeš držet, můžeš dostat až 3 body navíc, ale ne více než by ti bylo přiděleno za obsah článku.

Do redakce můžeš poslat i vlastní námět na nové téma týkající se matematiky, fyziky nebo informatiky. Pokud se nám bude zdát zajímavý, uveřejníme ho při příhodnější vhodné příležitosti a tebe bodově ohodnotíme.

Ocenění

V průběhu roku tvoje body sčítáme a v každém čísle otiskujeme aktuální žebříček řešitelů. Jakkmile dosáhneš určité bodové hranice (sčítají se i body z předchozích ročníků M&M), získáš seminární titul, který bude uveden u každého tvého článku a ve výsledkové listině. Už za 10 bodů získáš titul Bc.^{MM} (čili borec), za 20 budeš Mgr.^{MM} (machr), pokud dosáhneš na hranici 50 bodů, stane se z tebe Dr.^{MM} (dřič), při stovce bodů získáš titul Doc.^{MM} (dokonalý) a při 200 bodech už budeš Prof.^{MM} (profik). Výzvou pro tebe může být získání titulu Akad.^{MM} (abnormální kandidát) za 500 bodů – této mety ještě nikdo nedosáhl.

Abys poznal(a) své kolegyně a kolegy ze semináře a také nás, organizátory, vybíráme dvakrát do roka 20–30 nejpilnějších, které zveme na jarní a podzimní soustředění. Pro ty úplně nejlepší jsou navíc na konci ročníku připraveny odměny.



Soustředění

Jarní a podzimní týdenní soustředění je odměnou pro nejlepší řešitele, tj. pro ty, kteří se umístí přibližně do 30. místa ve výsledkové listině. Jestli budeš mít možnost se soustředění zúčastnit, záleží především na tvé pílí a snaze při řešení úloh a témat během celého roku. Na soustředění se během přednášek dozvíš

mnoho nových zajímavých věcí z matematiky, fyziky, informatiky, astronomie i dalších oborů a také si zahraješ celou řadu více i méně tradičních, matfyzáckých i ryze nematfyzáckých her. Protože soustředění je za odměnu, hradíš si kromě dopravy pouze minimální část nákladů. Takže pilně řešit se rozhodně vyplatí!

Soutěžní pokyny

Do řešení M&M se můžeš zapojit kdykoli během školního roku. Nemusíš řešit všechny úlohy, vyber si především to, co tě baví. Má smysl posílat i náznak řešení. Nepiš jen výsledky, důležitější než čísla jsou myšlenkové postupy, kterými ses ubíral(a). Řešení každé úlohy nebo tématka piš na *zvláštní papír* a nezapomeň se *podepsat!*

Řešení můžeš posílat také e-mailem na adresu redakce (uvedenou také na konci každého čísla) mam@atrey.karlin.mff.cuni.cz. Nejprve si ale prosím přečti technické pokyny na <http://mam.mff.cuni.cz> v odkazu „Informace“. Pokud chceš dostávat potvrzení, že jsme tvá řešení v pořádku dostali, napiš nám to.


S prvním řešením nám prosím pošli lístek se jménem, adresou pro korespondenci (kam ti budeme posílat časopis a opravená řešení), adresou školy, ročník a rok, kdy budeš maturovat, a to i v případě, že nám budeš řešení zasílat elektronicky! Pokud přidáš i e-mail a telefonní číslo, budeme rádi.

Internet

Na adrese <http://mam.mff.cuni.cz> se můžeš o M&M dozvědět další informace, nahlédnout do archivu minulých ročníků nebo si prohlédnout fotky z minulých soustředění. V odkazu „Informace“ též najdeš návod, jak se přihlásit do naší e-mailové konference. Díky ní tě můžeme snadno a rychle informovat o vydání dalšího čísla tvého oblíbeného časopisu nebo pozvat na víkendové setkání řešitelů. Ty můžeš konferenci využít pro komunikaci s kamarády ze semináře.

Organizátoři

My organizátoři jsme většinou studenti různých oborů Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze, často bývalí řešitelé semináře. Během roku pro tebe vymýšlíme úlohy, opravujeme řešení a připravujeme soustředění. Těšíme se, že se na tom dalším setkáme třeba právě s tebou.

*Angwin, Bzučo, Danka, Gavento, Helča, Hroch, Irigi, Jarda,
Jindra, Jirka, Jeffer, Kája, Krsoun, Marble, Mirek, Radim,
Tekla, Tibor, Zuzka a Riki.* 

Jak psát vědecký článek

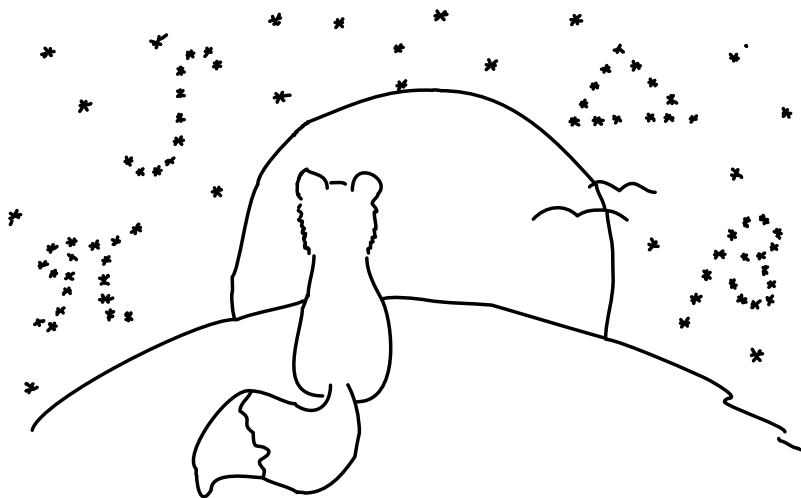
Jednou z hlavních věcí, kterou se časopis M&M liší od ostatních korespondenčních seminářů, jsou témata, ke kterým mohou řešitelé posílat vlastní příspěvky a tato témata dále rozvíjet. Je tak vytvářen prostor pro vlastní tvůrčí (vědeckou) činnost, jejímž smyslem je přinést něco nového ostatním řešitelům a inspirovat je k dalším nápadům. Kromě samotného bádání je tedy důležitá i komunikace mezi lidmi, kterou je možné zprostředkovat odbornými časopisy

a vědeckými konferencemi. Časopis M&M je určen právě pro písemnou komunikaci. (Ústní formu prezentace si pak můžeš vyzkoušet na soustředění M&M, kde se již tradičně koná konference tvořená příspěvky řešitelů.) Komunikace je důležitá pro úspěšné vyřešení problému, proto neváhej reagovat na ostatní články, případně je doplňovat nebo opravit.

Pro psaní vědeckých článků byla vytvořena některá obecná pravidla, která usnadňují čitelnost těchto článků a možnost vyhledat potřebné informace. Na tomto místě bychom ti chtěli doporučit, jak by měl takový vědecký článek vypadat, včetně jeho obsahové i formální stránky.

O čem psát?

Kvalita vědeckého článku závisí hlavně na tom, kolik nových poznatků přináší. Je velmi vhodné, aby obsahem bylo jen to, co může zajímat ostatní řešitele daného tématu.



Dále platí pravidlo, že jeden článek by se měl týkat právě jednoho problému. Pokud píšeš o více problémech najednou, zamysli se nad tím, jestli by nebylo možné z toho udělat více článků. Čím stručnější a přehlednější článek je a čím více nových poznatků na tak omezeném prostoru obsahuje, tím čitelnější a zajímavější je pro ostatní řešitele.

Struktura článku

Každý článek by měl mít vhodný *název* (titulek), který dokáže přitáhnout čtenáře, kteří se zajímají o dané téma. Nadpis je ta část článku, které si každý všimne hned na první pohled, proto nepodceňuj jeho znění a dej pozor na to, aby přesně vystihoval problém, kterým jsi se zabýval.

Jestě před začátkem samotného článku se obvykle uvádí *abstrakt*. Jedná se o krátký souhrn celého článku. Rozsah abstraktu by měl být maximálně 5 řádků. Po přečtení abstraktu musí být každému čtenáři jasné, čím ses zabýval

a kolik nových poznatků přinášíš. Abstrakt bude uváděn v přehledu článků v každém čísle časopisu M&M pro usnadnění hledání.

V *úvodu* bys měl popsat problém, kterým ses zabýval, dále na co a na koho jsi navazoval a také proč jsi se daným problémem zabýval. Většinou je zde uvedena hypotéza, která je dokazována v samotném článku. Součástí úvodu je i motivace čtenáře a první přiblížení podstaty problému.

Za úvodem pak pokračuje podrobnější popis postupů, které jsi využíváš, a zdůvodnění tvých tvrzení.

Kvalita vědeckého článku je dána především tím, jakou má informační hodnotu. Informací v článku mohou být jak výsledky vlastního výzkumu, tak přehledné shrnutí a zpracování jinde uveřejněných výsledků týkajících se zkoumaného problému (takovému zpracování se říká *rešerše*, a pokud podobné shrnutí ještě neexistuje, může být stejným přínosem jako vlastní nový výzkum).

Je důležité, aby všechna tvrzení uvedená v článku byla dostatečně podložená fakty. Tedy nelze článek založit na věcech, o kterých si jen myslíte, že by mohly platit. Jakákoliv složitější tvrzení v článku by měla být podpořena buď odkazem na literaturu, anebo provedeným výzkumem či experimentem. Měli byste také uvést všechny předpoklady použitých tvrzení a teorií a podmínky, za kterých byl prováděn experiment.

V *závěru* je pak vhodné znovu shrnout hlavní výsledky tvé práce a případně položit nějaké další otázky související s tématem, jejichž řešení by mohlo navazovat na tvůj článek.

Za závěrem se pak uvádí seznam použité literatury, odkazy na jiné články, příp. odkazy na webové stránky, ze kterých bylo čerpáno.

Jednotlivé části článku stačí oddělit odstavci, pokud se nejedná o rozsáhlý příspěvek, v takovém případě je vhodné používat nadpisy. Abstrakt je pak vhodné oddělit úplně, neboť není součástí článku a je uváděn i samostatně v přehledu článků, tedy úplně na jiném místě, než je pak otisknut samotný článek.

Jazyk a styl článku

V odborném článku je nutné se vyjadřovat přesně a jednoznačně. Je potřeba používat správné termíny, aby byl článek správně pochopen ostatními čtenáři. Pokud používáš poměrně neobvyklý pojem nebo zavádíš nějaký nový, tak je potřeba jej přesně definovat. Vždy si pořádně uvědom, kdo bude tvůj článek číst. Na tom také záleží, jaké termíny použiješ a jak moc podrobně je budeš vysvětlovat.

Aby byl článek vůbec publikovatelný, měl by být napsán bez jazykových a stylistických chyb. V článku, který je publikován, a díky tomu jej čte širší skupina lidí, používáme spisovný jazyk. V M&Mku můžeš psát česky nebo slovensky.

Toliko návod. Doufáme, že ti při psaní článků pomůže, a že se tak naše témátka stanou přehlednější, čitelnější a tím i zajímavější.

Podzimní soustředění

Stejně jako v minulých letech pořádáme i letos podzimní soustředění. Na něj budou pozváni jak úspěšní řešitelé z minulého roku, tak i ti z vás, kteří nám dobré řešení alespoň některých úloh a témat z tohoto čísla.

Soustředění se bude konat poblíž Brna, u vsi Skřípina. A to v době od 4. do 12. 11. 2006. Na soustředění budeme vybírat účastnický poplatek asi 400 Kč. Ubytování a stravování bude zajištěno, na vás je jen dopravit se na místo. Podrobnější informace rozešleme spolu s pozvánkou. Pokud se chceš předem na něco ohledně soustředění zeptat, můžeš se obrátit na Jindru (e-mail jindra@matfyz.cz nebo telefon +420 777 906 067).

Ke svému řešení prosím připiš, jestli na soustředění jet chceš nebo nechceš. Ušetříš nám tak trochu starostí s pozváním správného počtu řešitelů.

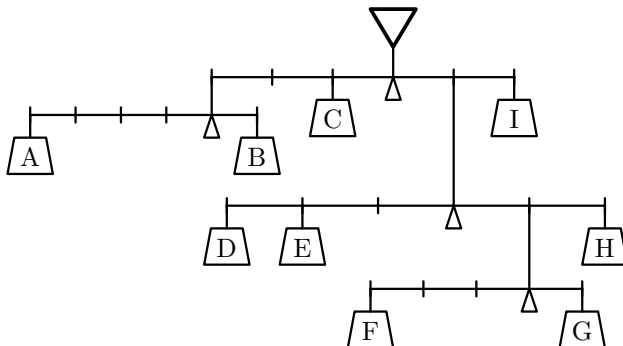
Termín odeslání první série: 2. 10. 2006

Zadání úloh

Úloha 1 – Rovnováha

(2b)

Před vámi je systém velmi lehkých zavěšených vah s poměry délek ramen a místy pro zavěšení závaží jako na obrázku.



Zjistěte, jak na místa A až I zavěsit závaží o hmotnostech 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 kg (každé právě jednou), aby byla každá váha v rovnováze.

Hmotnost samotných vah neuvažujte.

Úloha 2 – Automat

(5b)

Váš oblíbený hrdina lišáček Riki se potýká s automatem na sladkosti. Rád by z něj dostal své dva nejoblíbenější pamlsky – kofolu a čokoládu. Jenže tento automat je nějaký podivný, místo mincí do něj vkládáte posloupnosti cifer a místo drobných vrací jiné posloupnosti cifer.

Na automatu je v návodu k použití napsáno toto:

- Automat přijímá a vrací pouze cifry 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

- Po vložení $1x2$ vrátí automat x . (Např.: 1422 vrátí 42.)
- Pokud x vrací y , pak $3x$ vrátí yy (Např.: 317652 vrátí 765765, protože 17652 vrátí 765.)
- Pokud x vrací y , pak $4x$ vrátí y *pozpátku*. (Např.: 417652 vrátí 567.)
- Pokud x vrací y , pak $5x$ vrátí y *bez první cifry*. (Např.: 517652 vrátí 65.)
- Pokud x vrací y , pak $6x$ vrátí $1y$. (Např.: 617652 vrátí 1765.)
- Pokud x vrací y , pak $7x$ vrátí $2y$. (Např.: 717652 vrátí 2765.)
- Pokud vložíte posloupnost, která nic nevrací, automat bude minutu vrčet a nedá vám nic.
- Pokud vložíte posloupnost x , na kterou automat odpoví xx (tedy jejím zdvojením), dostanete kofolu.
- Pokud vložíte posloupnost x , na kterou automat odpoví x *bez poslední cifry*, dostanete čokoládu.

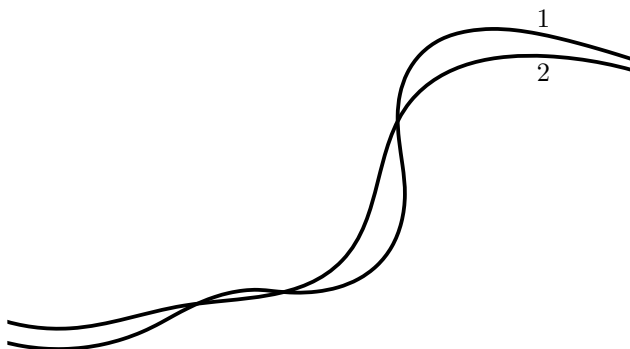
Když Riki zkoušel zadat 5371362, dostal zpět 36236. Po vložení 537136 na něj automat jen zlostně vrčel. To lišáčka trochu vyděsilo, co bude teď dělat? Poradte mu vy, které dvě posloupnosti má Riki zadat do automatu, aby dostal obě pochoutky. Třeba se s vámi na soustředění rozdělí.

Posloupnosti by neměly být příliš dlouhé (aby Riki zatím neumřel hladem a žízni). Bohatě by vám mělo stačit 20 cifer na každou.

Úloha 3 – Kolo

(3b)

Jízdní kolo zanechalo v písku na pláži stopu. Rozhodněte, kterým směrem kolo jelo a která stopa je od zadního kola. Bonusová otázka: Pokud přední kolo jelo konstantní okamžitou rychlostí, ve kterém místě byla okamžitá rychlost zadního kola nejnižší?



Stopa kola v písku

Úloha 4 – Přesuny v mřížce (4b)

Je zadán čtverec $ABCD$ s vrcholy v mřížových bodech ($A = (0, 0)$, $B = (6, 0)$, $C = (6, 6)$, $D = (0, 6)$). Vrcholy lze přesouvat, ale v jednom kroku jen do sousedního bodu (i diagonálně, tedy každá souřadnice se smí změnit o ± 1), a navíc jen tak, aby se zachoval obsah čtyřúhelníka. Úkolem je otočit výchozí čtverec o 90° (nemusí ale být na původních souřadnicích). Lze to učinit, pokud povolíme současný pohyb jedním, dvěma, čtyřmi body? Pokuste se nalézt takový postup, aby se čtyřúhelník co nejméně zdeformoval, tedy aby velikosti úhlů čtyřúhelníků zůstávaly v co nejúžším intervalu. Jak se bude úloha chovat s jinak velkými počátečními čtverci?



Úloha 5 – Na divokém západě (5b)

Svého času žil jeden kovboj, který moc rád předváděl, jak přesně dokáže střílet. Jednoho dne se u ohrad sešlo pár lidí, tak toho hned využil. Někde vylovil malé půlkilové závaží (malinký váleček vysoký asi 5 cm), postavil ho na metr vysokou ohradu a vrátil se 50 metrů zpátky mezi přihlížející. Zatímco se ostatní dívali na nepatrný cíl v dálce a hádali se, jestli ho trefí, kovboj vzal svůj kolt ráže 11 mm, nastavil před kladívko poslední olověný náboj v bubínku, zamířil a vystřelil. Slabý kovový zvuk, který potvrzoval, že střela trefila váleček, téměř zanikl v bezprostředně následujícím odrazu zvuku výstřelu od nedalekého lesíka.

Jenže to nebylo všechno. Okamžik nato se všichni, kdo zatím pozorovali střelbu, otočili a uviděli místního bankéře, jak se hroutí na zem a drží se za hrudník. Chvíli se všichni jen nechápavě dívali, ti pohotovější se snažili bankéři rychle pomoci. Ale po chvíli už došli někteří k jasnému závěru. Chytili kovboje a obvinili ho: „To ty jsi ho zastřelil! Střela se odrazila a zasáhla ho.“ Netrvalo dlouho, a někteří si přisadili: „Dobře jsi to připravil, vypadá to jako náhoda, ale sám pořád předvádíš, jak umíš střílet. Co? Dokážeš trefit váleček tak, aby se střela odrazila tam kam chceš!“

Konečně dorazil z osady šerif. Rozhlédl se kolem a zeptal se několika lidí, co se stalo. (Místní šerif byl velký nadšenec do prací takových pánů jako Sir Newton a další.) Na chvíli se zamyslel, zeptal se, kde stál střelce, odkrokoval si vzdálenost k lesíku a zjistil, že je to asi 60 metrů. Obdobně zjistil, že bankéř stál trochu dál než ostatní přihlížející, asi 10 metrů vpravo od kovboje. Opět se na chvíli zamyslel, a pak prohlásil směrem k několika lidem, kteří stále drželi nebohého kovboje: „Pusťte ho, jeho kulka za to nemůže. A zkuste co nejrychleji chytit skutečného vraha!“

Jenže jakkoliv tu měl šerif autoritu, takovéhle prohlášení nikomu nestačilo. Jakpak nemohla, odrazila se a zasáhla ho, vždyť je to jasné. A nějaká fyzika? S tím na nás nechodte.

Šerif tedy došel k ohradě a zjistil, že váleček leží v trávě asi 6 m od místa, kde stál před výstřelem, a odletěl pod úhlem asi 60° vůči směru, kterým přiletěla kulka. Opět se na chvíli zamyslel, pak zavolal lidi a ukázal směr: „Pořádně se tímhle směrem podívejte. Tam bude kulka, která shodila váleček.“ Vydali se tedy hledat a kupodivu ji po chvíli našli zaraženou ve stěně nedaleké kůlny téměř přesně ve směru, kterým šerif ukázal. To už stačilo všem, aby uznali, že kovboj je (alespoň tentokrát) neviný.

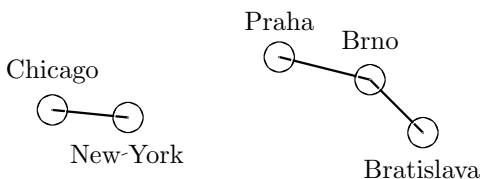
Na základě čeho šerif hned prohlásil, že bankéře nemohla zasáhnout kovbojova kulka? Jakým směrem potom ukázal, že tam najdou kulku? A jak tento směr určil?

Zadání témat

Téma 1 – Čokoládování

Nejprve krátký úvod pro ty, co neví, co je to *graf* – nemyslím teď takový ten graf funkce z fyziky či matematiky, ale kombinatorický graf. Můžete si ho představit jako množinu bodů (říká se jim *vrcholy*) a množinu čar (tém se říká *hrany*) s tím, že každá hrana spojuje právě dva vrcholy, hrany se libovolně kříží a neprochází žádnými dalšími vrcholy. Obrázek, který dostanete, je vlastně konkrétní *nakreslení grafu*. V grafu ale není důležité, jaké má nakreslení, ale jen to, mezi kterými vrcholy vedou hrany.

Možná ještě lepší příklad jsou města a dálnice mezi nimi. Vezměme třeba města Brno, Praha, Bratislava, New York, Chicigo. Dálnice vede mezi Prahou a Brnem, Brnem a Bratislavou, New Yorkem a Chicigem.



Města a dálnice

Pokud bychom místo dálnic měli jednosměrky, a jejich směry do mapky nakreslili, dosaneme *orientovaný graf*.

Ještě je dobré si nadefinovat souvislost grafu – graf je *souvislý*, pokud existuje cesta mezi každými dvěma vrcholy (graf na obrázku není souvislý, protože mezi Chicigem a Prahou cesta nevede, mezi Prahou a Bratislavou vede – přes Brno). *Podgraf* z grafu vznikne odebráním některých hran a vrcholů. Některé grafy jsou používány dost často, a tak si je zavedeme:

- *Kružnice* délky n je graf s n vrcholy a n hranami mezi 1. a 2., 2. a 3., 3. a 4., ..., n . a 1. vrcholem.
- *Cesta* délky n je graf s n vrcholy a $n - 1$ hranami mezi 1. a 2., 2. a 3., 3. a 4., ...

- *Úplný graf* na n vrcholech (někdy též *klika*) je graf s n vrcholy a hranami mezi každými dvěma vrcholy.
- *Strom* je souvislý graf bez kružnic, mezi každými dvěma vrcholy v něm vede právě jedna cesta.
- V *bipartitním grafu* je možné rozdělit vrcholy na dvě skupiny tak, aby hrany vedly jen mezi skupinami. Také jsou to grafy bez kružnic liché délky.
- *Rovinný graf* jde nakreslit tak, že se jeho hrany nekříží mimo vrcholy.
- *Stupeň vrcholu* je počet hran, které do něj vedou.

A teď už samotné zadání:

Mějme tedy neorientovaný graf s určitým počtem (nedělitelných) kousků čokolády :-)) na každém vrcholu a jediný dovolený tah budiž vzít z jednoho vrcholu grafu právě dva kousky čokolády, jeden z nich sníst a druhý položit na vrchol sousedící přes hranu. Vrchol grafu je z nějakého rozložení čokolády počokoládovatelný, pokud na něm kousek čokolády už leží nebo může ležet po konečném počtu tahů. Zkuste si rozmyslet, kolik nejméně kousků čokolády a jak je třeba rozmístit po grafu, aby byl každý vrchol počokoládovatelný z počátečního stavu. Zkoušejte to pro různé druhy grafů (cesty, stromy, kružnice, rovinné, úplné, bipartitní).

Například na cestu délky tři stačí pouze dvě kostičky, a to na prostřední vrchol. Na cestu délky čtyři stačí tři kostičky, a to třeba jedna na 2. a dvě na 3. vrchol (i pak se dá na 1. doskakat skokem ze 3. na 2. a z 2. na 1.).

Kolik čokolády mi bude určitě stačit na každý graf (v závislosti na počtu vrcholů nebo hran)? Nebo na nějaký druh (*třidu*) grafů?

Zkuste se nechat inspirovat hracími plány některých deskových her (člověče, šachy (s hranami do čtyř nebo osmi směrů), mlýn, halma, ...). Co když na začátku zakážu rozmístit čokoládu na některé vrcholy (bílá pole na šachovnici, vrcholy stupně většího než 3 či obecně s)?

Až vás omrzí hledat vlastnosti ideálních rozložení čokolády, zjistěte, jak a kolik nejvíc čokolády můžete rozmístit, aby nějaký vrchol nešel počokoládovat. Taky zkuste najít rozložení, ze kterého můžete tahy sníst co nejvíc čokolády (aby jí zbylo co nejméně) – buď s původní podmínkou, že musí jít každý vrchol počokoládovat, nebo bez ní, ale to je až moc snadné.

Téma 2 – Krátery

Vezmite guličku a pustíte ju do mokrého piesku. Na čom závisí priemer vzniknutého krátera? Skúste sa zamyslieť aj nad nasledujúcimi otázkami:

- Ako sa zmení tvar a rozmery krátera, ak budeme guličku púšťať napr. do múky alebo bahna?
- A čo keď budeme guličku púšťať do vody?
- Bude sa líšiť tvar krátera, ak bude gulička padať do vody alebo na pevnú zem? A čo sypké materiály?

- Ako závisí priemer krátera na rýchlosti dopadu a hmotnosti guľičky?
- Ako sa líšia krátery, ktoré ste dostali, od tých na Mesiaci či Marse?
- Ako sa budú líšiť krátery, vzniknutý dopadom kameňa do pieska a „kráter“ vznikajúci pri varení krupičnej kaše, keď vzduch preráža jej hmotu?
- Krátery na niektorých kozmických telesách majú vo strede vrchol. Jako napríklad ten na <http://apod.oa.uj.edu.pl/apod/ap050203.html>. Budú mať aj vami získané krátery podobné vrcholky?
- Pokúste sa vyvinúť postup, ktorým preskúmate závislosť priemeru krátera na rýchlosti pri vysokých dopadových rýchlostiach.
- Ak pustíte z dostatočnej výšky sáčok s vodou na rovný betónový povrch, dostanete zaujímavý koncentrický obrazec. Prečo vznikne niečo také? Ako to vznikne?
- Trúfne si niekto vytvoriť teoretický (a funkčný) model tvaru krátera v závislosti na rôznych premenných? Ako závisí priemer krátera na malých a veľkých dopadových rýchlostiach?

Téma 3 – Zhasínání světýlek

Riki má pokoj, kde jsou po stropě rozmístěna světla ve čtvercové síti tak, že žárovka je uprostřed čtverce. Vypínače jsou ale takové zvláštní. Vždy, když přepne jedno světlo, přepne tím i světla ve čtvercích sousedících přes hranu. Riki už chce jít spát, a chce tedy všechna světla zhasnout. Pomůžete mu?

- Co když má všechna světla rozsvícena?
- Za jakého rozložení světla to vůbec jde?
- Kolika způsoby může zhasnout? Na čem to závisí?
- Co kdyby se přepínala i světla ve čtvercích sousedících přes vrchol?
- A co kdyby měl světla i na stěnách a na podlaze, nebo měl pokoj jiným způsobem divný?
- Dokázal by někdo napsat program nebo vymyslet algoritmus, který z libovolného rozložení všechna světla zhasne?

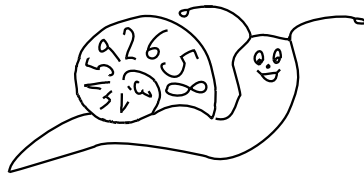
Adresa redakce:

M&M, OVVP, UK MFF
Ke Karlovu 3
121 16 Praha 2

Telefon: +420 221 911 235

E-mail: MaM@atrey.karlin.mff.cuni.cz

WWW: <http://mam.mff.cuni.cz>



Časopis M&M je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci Univerzity Karlovy, Matematicko-fyzikální fakulty a vydáván za podpory středočeské pobočky Jednoty českých matematiků a fyziků.