

```
. w .
] ( f _P'
<a ) ('
" _aaaaaaaa,,
aw3?? " -"?1ma, sa, <u,
4taa, ?Ya/ c _/'-'_a @\a/B
saa "?m/ _mc 1w. -\ / .a?' .a! ?!c
-5w-GCWq "m, js/_wm ! ~_/]P"
)W )90" ]L -' -?
jP $, ?!'
_a_c _wP d(
'_ _W' - d(
)Qa, _ay! =Q" _W
-???Q sd^ y[ _a. sa.s?k
-2QP~ _W' j [ )s/
=j' -Q/ jP' w\ a, s, ?
]F _wP' "qd
_m( _adT' -,
_wQw6P?' ?
sa
y' _c
! _aaawc5VP????35qwac
a, -? . _aac-???' "78a/
:QQ?ba _a%?9QTW :Y?' 7g
j ["b,-?w, .WQ0( )W$/ 9b.
=0 ]m +Q?~ ]F 3[
]E aQ;_mwa, j' _ _ac"~ ]Q??????$Qw,
)W/VP -? m( jP????2WQw/ _w? =Q -?ba
) $P )kaw$L.awaD <c?"' .d' _Q' =Q, "m/
? $a. _aa, ?' ]mP ?'3a _P m[ j0k )g. -<
"?!{QW\s d?~ "Qg. d :k aa 8, _J( Q( <0d[ ]L ?qmY?\
_wBf -\P? Z <[ 4m^ _aJ?????Qw _m6yf -QW
_w(-?b, )$QP ]0??' _ .yP' "?? _sa#?:jD' -m.
<d! az" jwyQ( QP?' ?QQd_yP?????????" 2Qf ]f
jP ]P _awV?64m jD' ^?' ^?' xMP????? =k )L.:
_ c , ]mangD Q; jF _wP' _aa>???"^??" {wa j[
]L=Fjf -?QcaTbaa/ aD _awY? _w?" )Q mW
! - ?'=QwaQaaamEa,:Q??! _/a, ?QP' a?" _J!
" " ??Qay! $;?~! aP' "Ga <P'
_ ., / jFsaaaaaa, sP .aww3"
]Ljffj "?? -??qac )3w <w?')' :b.wsu
' - , "78_aa._VaaaaQba,-?" "'
3c d()P -$ ,j(jf ??"' " _ .
-" ? "??'~ [ ] ? :T
```

M&M je korespondenční seminář a zároveň studentský časopis zaměřený na matematiku, fyziku a informatiku. Pokud se rozhodneš zapojit, budeme ti v průběhu roku posílat poštou (samozřejmě zdarma) nová čísla se zadáním úloh a témat. Budeš pak mít zhruba měsíc na přemýšlení a v termínu, který je uveden na začátku každého čísla, pošleš svoje řešení na adresu redakce. S dalším vydáním časopisu ti přijdou tvé příspěvky zpět opravené a obodované.

Milá kamarádko, milý kamaráde!

Zajímáš se o matematiku, fyziku nebo programování? Rád(a) přemýšlíš nad zapeklitými problémy a neobvyklými úlohami? Chceš poznat nové kamarády a kamarádky s podobnými zájmy? Pak je časopis M&M právě pro tebe!!!

Časopis M&M

M&M je korespondenční seminář a zároveň studentský časopis zaměřený na matematiku, fyziku a informatiku. Pokud se rozhodneš zapojit, budeme ti v průběhu roku posílat poštou (samozřejmě zdarma) nová čísla se zadáním úloh a témat. Budeš pak mít zhruba měsíc na přemýšlení a v termínu, který je uveden na začátku každého čísla, pošleš svoje řešení na adresu redakce. S dalším vydáním časopisu ti přijdou tvé příspěvky zpět opravené a obodované.

Úlohy a témata

V každém čísle otiskujeme zadání tří úloh. Nejsou to obyčejné příklady z hodin matematiky a fyziky. Některé vyžadují hlubší zamyšlení, v jiných musíš odhalit logický trik, v dalších si trochu započítáš. Bodové hodnocení úlohy, zpravidla 3–5 bodů, je uvedeno vedle jejího názvu. Za elegantní nebo zajímavé řešení však můžeš dostat bodovou prémii.

Jistou zvláštností našeho semináře jsou témata. Vlastními silami v nich prozkoumáš fyzikální zákonitosti, objevíš matematické vztahy nebo napíšeš program v programovacím jazyce. V prvním čísle jsou zadána tři témata, v průběhu roku přidáváme další. Každé z nich začíná úvodní úlohou, která je formulována poměrně široce a měla by být především námětem k přemýšlení. Můžeš nám poslat jak řešení úvodní úlohy, tak řešení dalších problémů, které si v rámci tématu sám vymyslíš. Pokud se nám bude tvůj příspěvek líbit, uveřejníme jej v dalším čísle. Příspěvek k tématu můžeš zaslat kdykoli během roku. Počet tvých příspěvků k jednomu tématu není nijak omezen – své úvahy můžeš dále rozvíjet, doplňovat, případně poopravit. Můžeš též reagovat na články svých kolegů nebo využít jejich výsledky ve svém dalším řešení.

Za kvalitní otištěný článek lze získat i 20 bodů – hodnotíme nejen správnost, ale i dobrý nápad a snahu téma rozvinout. Nemá smysl opisovat knihy, důležité jsou výsledky dosažené vlastní hlavou.

Do redakce můžeš poslat i vlastní námět na nové téma. Pokud se nám bude zdát zajímavý, uveřejníme ho v dalším čísle M&M a tebe bodově ohodnotíme.

Ocenění

V průběhu roku tvoje body sčítáme a v každém čísle otiskujeme aktuální žebříček řešitelů. Jakmile dosáhneš určité bodové hranice (sčítají se i body z předchozích ročníků M&M), získáš seminární titul, který bude uveden u každého tvého článku a ve výsledkové listině. Už za 10 bodů získáš titul Bc.^{MM}, za 20 budeš Mgr.^{MM}, pokud dosáhneš na hranici 50 bodů, stane se z tebe Dr.^{MM}, při stovce bodů získáš titul Doc.^{MM} a při 200 bodech už budeš Prof.^{MM} Výzvou pro tebe může být získání titulu Akad.^{MM} za 500 bodů – této mety ještě nikdo nedosáhl.

Abys poznal své kolegy a kolegy ze semináře a také nás, organizátory, pořádáme pro všechny řešitele víkendová setkání a dvakrát za rok vybíráme

25–30 nejpilnějších, které zveme na jarní a podzimní soustředění. Pro ty úplně nejlepší jsou navíc na konci ročníku připraveny odměny.

Soustředění

Jarní a podzimní týdenní soustředění je odměnou pro nejlepší řešitele, tj. pro ty, kteří se umístí přibližně do 30. místa ve výsledkové listině. Jestli budeš mít možnost se soustředění zúčastnit, záleží tedy především na tvé pílí a snaze v řešení úloh a témat během celého roku. Na soustředění se během přednášek dozvíš mnoho nových zajímavých věcí z matematiky, fyziky, informatiky, astronomie i dalších oborů a také si zahraješ celou řadu více i méně tradičních, matfyzáckých i ryze nematfyzáckých her. Protože soustředění je za odměnu, hradíš si kromě dopravy pouze minimální část nákladů, zpravidla do 300 Kč za celý týden včetně ubytování i stravy. Takže pilně řešit se rozhodně vyplatí!

Soutěžní pokyny

Do řešení M&M se můžeš zapojit kdykoli během školního roku. Nemusíš řešit všechny úlohy, vyber si především to, co tě baví. Má smysl posílat i náznak řešení. Nepiš jen výsledky, důležitější než čísla jsou myšlenkové postupy, kterými ses ubíral(a). Řešení každé úlohy nebo tématka piš na ZVLÁŠTNÍ PAPÍR a nezapomeň se PODEPSAT!

Řešení můžeš posílat také e-mailem na adresu redakce (uvedenou na konci každého čísla) mam@atrey.karlin.mff.cuni.cz. Nejprve si ale prosím přečti technické pokyny na našich webových stránkách <http://mam.mff.cuni.cz> v odkazu „Informace“. Pokud chceš dostávat potvrzení, že jsme tvá řešení v pořádku dostali, napiš nám to.


S prvním řešením nám prosím pošli lístek se jménem, adresou pro korespondenci (kam ti budeme posílat časopis a opravená řešení), adresou školy, ročníkem a rokem, kdy budeš maturovat. Pokud přidáš i e-mail a telefonní číslo, budeme rádi.

Internet

Na adrese <http://mam.mff.cuni.cz> se můžeš o M&M dozvědět další informace, nahlédnout do archivu minulých ročníků nebo si prohlédnout fotky z minulých soustředění. V odkazu „Informace“ též najdeš návod, jak se přihlásit do naší e-mailové konference. Díky ní tě můžeme snadno a rychle informovat o vydání dalšího čísla tvého oblíbeného časopisu nebo pozvat na víkendové setkání řešitelů. Ty ji naopak využiješ pro komunikaci s kamarády ze semináře.

Organizátoři

Organizátoři jsou většinou studenti různých oborů Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze, často bývalí řešitelé semináře. Během roku pro tebe vymýšlíme úlohy, opravujeme řešení a připravujeme soustředění. Těšíme se, že se na tom dalším setkáme třeba právě s tebou.

*Angwin, Bzučo, Danko, Gavento, Helča, Hroch, Irigi, Jindra,
Jirka, Jeffer, Krsoun, Marble, Mirek, Teka, Tibor, Zuzka a
Riki.* 

Úvodní soustředění

Stejně jako v minulých letech pořádáme i letos podzimní soustředění. Na něj budou pozváni jak úspěšní řešitelé z minulého roku, tak i ti z vás, kteří nám nejpozději do 16. 9. 2005 pošlou dobré řešení alespoň některých úloh a témat z tohoto čísla.

Soustředění se bude konat poblíž Havlíčkova Brodu. A to v době od 8. do 16. 10. 2005. Na soustředění budeme vybírat účastnický poplatek asi 300 Kč. Ubytování a stravování bude zajištěno, na vás je jen dopravit se na místo. Podrobnější informace rozešleme spolu s pozvánkou. Pokud se chcete předem na něco ohledně soustředění zeptat, můžete se obrátit na Teku (e-mail tekami@centrum.cz nebo telefon +420 607 538 221).

Ke svému řešení prosím připište, jestli na soustředění jet chcete (nebo nechcete). Ušetříte nám tak trochu starostí s pozváním správného počtu řešitelů.

Zadání úloh a témat

Nezapomeň prosím, že řešení každé úlohy nebo tématka je třeba psát na zvláštní PODEPSANÝ papír. Na tvoje příspěvky se těší

Redakce MĚM

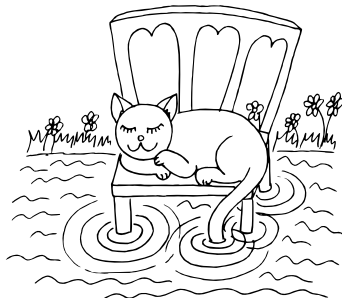
Termín odeslání první série: 24. 10. 2005
(16. 9. 2005 pro účast na soustředění)

Téma 1 – Prozkoumejte vodu!

Experimentálně určete co nejvíce různých vlastností vody. Vlastnostmi jsou myšleny jak kvantitativní (materiálové konstanty), tak i kvalitativní výsledky. Zaměřte se především na to, aby byl váš experiment správně proveden, dostatečně přesně zdokumentován (včetně všech okolností, které by mohly ovlivnit výsledek) a aby byl správně interpretován získaný výsledek (nezapomeňte na to, že každý fyzikální experiment je zatížen chybou, kterou je třeba brát v úvahu a také uvádět spolu s výsledkem).

Ke svému zkoumání můžete použít destilovanou vodu (jak koupěnou, tak i vlastnoručně vydestilovanou), obyčejnou vodu z kohoutku i vodu z jiných zdrojů. V každém případě ale ke svým výsledkům přiapište jakou vodu jste použili a případně i její další specifikace. Vodu samozřejmě můžete zkoumat v jakémkoliv skupenství.

Vaše příspěvky k tomuto tématu nemusí obsahovat jen experimentální výsledky (i když to uvítáme nejvíc), ale můžete posílat i návrhy na



experimenty, které jste sami nerealizovali, můžete statisticky zpracovat výsledky, které v čísle uveřejnili jiní experimentátoři a mnoho dalšího. Pokud budete posílat svoje výsledky nezapomeňte k nim dodat i dostatečně podrobný popis experimentu.

Měřit můžete cokoliv, co vás napadne, ale na úvod uveřejňujeme i několik konkrétních námětů:

- Hustota vody a ledu, povrchové napětí vody, viskozita.
- Měrná tepelná kapacita a skupenská tepla.
- Vodivost.
- Tlak nasycených par.
- Permittivita a permeabilita vody.
- Tepelná vodivost.
- Závislost některých z výše uvedených vlastností na teplotě a nebo přesném složení vody.

Téma 2 – Konstrukční úlohy v prostoru

Všichni jistě dobře víte jak zkonstruovat pomocí kružítka a pravítka trojúhelník zadaný délkami jeho stran. Určitě najdeme celou řadu dalších rovinných obrazců, které můžeme takto konstruovat.

V tomto tématu se však zaměříme na poněkud obecnější konstrukce, a to konstrukce v prostoru. Rozdíl bude v tom, že místo kružítka budeme používat koulítko (známe-li střed koule a její poloměr, můžeme nakreslit celý povrch koule v prostoru) a místo pravítka budeme mít rovinítko (známe-li tři body v prostoru, které neleží na jedné přímce, dokážeme nakreslit rovinu obsahující všechny tři body).



Uvědomte si, že žádné jiné konstrukce nejsou povoleny. Například není možné položit rovinítko na povrch koule a obkreslit tečnou rovinu. Pro tuto konstrukci budete muset najít a zdůvodnit postup využívající pouze výše popsané kroky. Vaším úkolem na začátku bude najít postupy konstrukce následujících základních prvků:

- Je zadána přímka a bod (ne nutně ležící na přímce). Sestrojte rovinu kolmou na tuto přímku procházející zadaným bodem.
- Je zadána rovina a přímka (ne nutně ležící v rovině). Sestrojte rovinu, která je kolmá na zadanou rovinu a současně obsahuje zadanou přímku.
- Konstrukce rovnoběžných rovin, přímek.

Dále zkuste zobecnit některé věty používané při rovinných konstrukcích do prostoru:

- věta o obvodových úhlech;
- mocnost bodu ke kružnici, kouli;
- Appoloniova kružnice, koule;
- ...

Po odvození základních konstrukcí zkuste pomocí koulítka a rovinítka zkonstruovat některá Platónská tělesa (pravidelný čtyřstěn, krychle, pravidelný osmistěn, pravidelný dvanáctistěn, pravidelný dvacetistěn). Zkuste i obecnější tělesa.

V tomto tématu bude velmi hodnocena i elegantnost a jednoduchost konstrukcí. Nezapomeňte na to!

Geometričtí labužníci mohou zkusit dokázat, zda-li se při všech konstrukcích obejdeme bez rovinítka nebo jestli je možné místo koulítka používat kružítko, popř. všechno v prostoru konstruovat jen s pomocí kružítko.

Téma 3 – Hexagonální life

Přibližně v roce 1970 přišel John H. Conway s tzv. *buněčným automatem* (v originále *cellular automaton*), který se dnes zpravidla nazývá „The Game of Life“, neboli „Život“. Ten sestává ze čtvercové sítě, ve které jsou jednotlivé čtverečky (tzv. buňky) označené jako živé nebo mrtvé. Podle jednoduchých pravidel se z momentální pozice určí pozice v dalším kole. A tímto způsobem simulace probíhá pořád dokola.

U každé buňky se rozhodne, zda bude v následujícím kole živá nebo mrtvá, podle toho, kolik živých buněk je v jejím „osmiokolí“, tj. v osmi okolních čtveřcích. Pak se podle následující tabulky určí, jaký bude její stav v dalším kole (1 značí živou buňku, 0 buňku mrtvou).

původní stav	součet v osmiokolí								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	0

V simulaci potom vznikají zajímavé útvary, jednak např. oscilátory, tzn. struktury, které se po n kolech dostanou do původního stavu, v jakém byly; bloky, což jsou oscilátory s periodou 1 :- (nemění se v čase), „lodě“ (v originále „spaceship“), které se pohybují buďto diagonálně nebo vodorovně určitou rychlostí (zopakují původní stav posunutě).

Zkoumejte nejprve námi upravenou variantu Života, která se odehrává v šestiúhelníkové síti. Buňky zde mají tři stavy – 0, 1 a 2. Tabulka, podle které určíme, jaký stav bude mít buňka v následujícím kole, nechť vypadá takto:

původní stav	součet v šestiokolí												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	0	0	1	0	2	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0

Zkuste jednak popsat zajímavé vlastnosti, které se dají říct o této sadě pravidel jako celku, nebo najít co nejvíce bloků, oscilátorů a zvláště cenných lodí (existují v těchto pravidlech vůbec?).

Úloha 1.1 – Mokrý míček (4b)

Na rovné ploše leží míček o poloměru r . V tom náhle začne pršet a míček se chce schovat. Přístřešek je ve vzdálenosti d od míčku. Dešťové kapky mají rychlost v a protože fouká vítr směrem k úkrytu, nedopadají kolmo, ale pod úhlem α vůči svislému směru. Poradte míčku, jak rychle se má koulet do úkrytu, aby co nejméně zmokl! Předpokládejte, že míra zmoknutí míčku je dána tím, kolik kapek na něj dopadne.

Pokud čekáte na konkrétní hodnoty, můžete počítat $r = 10$ cm, $d = 100$ m, $v = 10$ m/s a $\alpha = 40^\circ$. Ale nezapomeňte i na obecné řešení.

Úloha 1.2 – Diofantická rovnice (4b)

Řešte rovnici

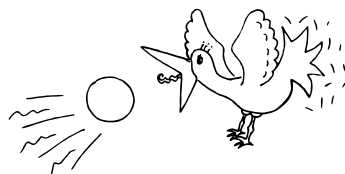
$$m^n = n^{(m-n)}$$

v oboru přirozených čísel.

Úloha 1.3 – Vesmírná přestřelka (4b)

Profesor Olovius proslul na celé planetě Plumbia svým důkazem, že na Slunci nemůže nikdy existovat život (o použitých důkazových metodách se bohužel prameny nezmiňují; vedou se spory o to, zda mohl být použit důkaz sporem). Sláva mu samozřejmě přinesla i nemalé peníze (odhadem asi pět miliard olověňáků), které mu umožnily zakoupit plně vybavenou vesmírnou výletní loď. V jednom ze dní zaslouženého volna se v ní prof. Olovius vydal na vyhlídkovou jízdu, prohlížel si teleskopem (olověným) epsilonové okolí Slunce a cítil se šťastný.

Než se však vůbec stačil náležitě pokochat, spatřil něco, co mu vyrazilo dech: po Slunci se prohání drobný šestinohý tvor, a mává mu do objektivu! Dřív než stačil profesor začít rozmýšlet, kde udělal chybu, došlo mu velmi rychle, že buď on, nebo on. Po Plumbii by se zpráva



jistě roznesla velmi rychle a profesor by byl společensky znemožněn. Proto se sám se sebou usnesl, že nemá jinou možnost, než toho zatraceného (po)tvora

zlikvidovat. Přehlédl své zásoby munice a vybral z nich tu největší olověnou kouli, která měla poloměr $r = 10$ cm. Namířil, vystřelil – a zjistil, že udělal další chybu v úvaze ...

Určete, jak se bude záviset teplota střely na její vzdálenosti od Slunce. V jaké vzdálenosti se roztaví? Předpokládejte, že je dokonale šedá (tedy že se odráží světlo všech vlnových délek stejně). Můžete také předpokládat, že Slunce Plumbie září stejně jako naše pozemské Slunce.



Adresa redakce:

M&M, OVVP, UK MFF
Ke Karlovu 3
121 16 Praha 2

Telefon: +420 221 911 235

E-mail: MaM@atrey.karlin.mff.cuni.cz

WWW: <http://mam.mff.cuni.cz>



Časopis M&M je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci Univerzity Karlovy, Matematicko-fyzikální fakulty a vydáván za podpory středočeské pobočky Jednoty českých matematiků a fyziků.